
L2 : Outils mathématiques 4

Feuille de TD n°3

Exercice 1

Calculer les primitives et intégrales suivantes :

1) $\int \cos(x) \sin^4(x) dx.$

2) $\int \cos^2(x) \sin^3(x) dx,$

3) $\int x^2 e^{-x} dx$

4) $\int \cos^4(x) dx,$

5) $\int \ln^2(x) dx$

6) $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^3(x) \sin^2(x) dx$

7) $J = \int_0^1 e^{2x} \sin(4x) dx$

Exercice 2

Calculer les intégrales doubles pour les choix suivants de f et D :

$f(x, y)$	D la surface délimitée par
$y - 2x$	le carré de sommets $(-1, 1), (2, 1), (2, 4), (-1, 4)$,
$x - y$	le triangle de sommets $(2, 9), (2, 1), (-2, 1)$,
xy^2	le triangle de sommets $(0, 0), (3, 1), (2, 1)$,
$y + 1$	$y = \sin x, y = \cos x, x = 0, x = \pi/4,$
$x^3 \cos(xy)$	$y = x^2, y = 0, x = 2,$
$(x + y) \exp(x - y)$	$ x \leq 1, y \leq 2.$

Exercice 3

Pour chacune des intégrales itérées suivantes, calculer la valeur de l'intégrale en intervertissant l'ordre d'intégration.

1. $\int_0^1 \left(\int_{2x}^2 \exp(y^2) dy \right) dx.$

2. $\int_0^9 \left(\int_{\sqrt{y}}^3 \sin(x^3) dx \right) dy.$

3. $\int_0^2 \left(\int_{y^2}^4 y \cos(x^2) dx \right) dy.$

4. $\int_1^e \left(\int_0^{\ln x} y dy \right) dx.$

Exercice 4

Dans la suite f désigne une fonction continue sur $D \subset \mathbb{R}^2$ où la région D est délimitée par les courbes dont les équations sont données ci-dessous, déterminer explicitement D et exprimer l'intégrale $\iint_D f(x, y) dx dy$ comme une intégrale itérée.

1. $x = 2\sqrt{y}, \sqrt{3}x = \sqrt{y}, y = 2x + 5,$

2. $x = \sqrt{3 - y}, y = 2x, x + y + 3 = 0,$

3. $y = \exp(x), y = \ln(x), x + y = 1, x + y = 1 + e,$

4. $8y = x^3, y - x = 4, 4x + y = 9,$