

**CONTRÔLE CONTINU DU 27 NOVEMBRE 2015**

Avertissement : les documents, calculatrices et autres dispositifs électroniques sont interdits.

La présentation générale et la qualité de la rédaction entreront pour une part importante dans l'appréciation des réponses. Le barème est donné à titre indicatif.

**Durée 45 mn.**

**Exercice 1 (16 points)**

Soit  $f$  la fonction réelle de la variable réelle définie par  $f(t) = \frac{2e^{2t}}{1+e^{2t}}$ .

- 1 - a) Quel est l'ensemble de définition de  $f$ ? (Justifiez votre réponse.)
  - b) Rappelez la définition mathématique de :
    - « une fonction  $f$  est paire »
    - « une fonction  $f$  est impaire »
  - c) La fonction  $f$  étudiée dans cet exercice est-elle paire? impaire? (Justifiez votre réponse à ces questions.)
- 2 - Donner, en justifiant votre réponse, la valeur de la limite de  $f$  en  $+\infty$  et en  $-\infty$ .
- 3 - a) Montrer que pour tout  $t \in \mathbb{R}$  on a  $f(t) + f(-t) = 2$ .
  - b) En déduire une propriété vérifiée par la représentation graphique de  $f$  (citez le résultat du cours utilisé).
- 4 - a) Quelle est la dérivée de la fonction  $t \mapsto e^{2t}$ ?
  - b) Calculer la dérivée de  $f$  et montrer qu'elle s'exprime sous la forme  $f'(t) = \frac{4}{(e^{2t} + e^{-2t})^2}$ .
- 5 - a) Donner le tableau de variation de  $f$  sur  $[0, +\infty[$ .
  - b) La représentation graphique de  $f$  possède-t-elle des asymptotes? (Justifiez votre réponse.)
- 6 - Donner l'allure de la représentation graphique de  $f$ .

*La fonction  $f$  étudiée ici est un exemple de fonction intervenant en dynamique des populations dans un modèle mathématique dû à Pierre François Verhulst, mathématicien belge du 19<sup>e</sup> siècle, qui lui a donné le nom de fonction logistique.*

**Exercice 2 (4 points)**

L'indice de masse corporelle (I) d'une personne est définie comme le rapport de la masse  $M$  de cette personne exprimée en kilogramme (on parle abusivement du poids dans le langage courant) sur le carré de sa taille  $T$  exprimée en mètre :  $I = M/T^2$ . On suppose que la mesure de la taille d'une personne est entachée d'une incertitude absolue  $\Delta T$  et que sa masse est obtenue avec une incertitude absolue  $\Delta M$ .

- 1 - Donner l'expression de l'incertitude relative de l'indice de masse corporelle en fonction des incertitudes relatives sur la masse et sur la taille.
- 2 - Calculer l'incertitude relative de l'indice de masse corporelle pour un enfant dont la taille, connue avec une incertitude de 1 cm, est de 1 m et dont la masse, connue avec une incertitude de 1 kg, est de 20 kg.