Contrôle continu
vendredi 28 novembre 2014
durée 50 minutes

L'épreuve se compose de 3 exercices indépendants.
Les documents, les calculatrices et téléphones portables sont interdits. Composez sur vos propres feuilles blanches.
Ne rendez pas les feuilles de brouillon.
Mettez sur chaque feuille rendue votre nom, prénom et le numéro de votre groupe.

Exercice 1 (Question de cours) .

1) *Montrer que la fonction* $F(x) = x\ln(x) - x + 1$*, définie sur* $]0, +\infty[$*, est une primitive de la fonction* $f(x) = \ln(x)$.

2) *Que valent* $\ln(1)$ *et* $\ln(e^2)$ *?*

3) *Calculer* $\displaystyle\int_1^{\ln(e^2)} \ln(x)\ dx$.

Exercice 2 *Une étude montre que la mortalité des pigeons dépend de la concentration* x, $(x \geqslant 0)$, *de produits polluants dans l'air. L'étude propose la formule suivante, de la mortalité en fonction de* x *:*

$$f(x) = \frac{e^x}{1+x^2}$$

Le terme e^x *est sensé modéliser la forte croissance de la mortalité en fonction de la pollution alors que le terme* $1 + x^2$ *prend en compte l'existence d'un effet de seuil dans l'évolution de la mortalité.*

1) *Quel est le domaine de définition de* f?

2) *Montrer que pour tout* $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = \dfrac{(x-1)^2 e^x}{(1+x^2)^2}$.

3) *Calculer* $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

4) *Déterminer le tableau de variation de* f.

5) *Quel est le point seuil* x_0*, c.-à.d. le point* x_0 *tel que la croissance de la mortalité s'atténue lorsque* x *est proche de* x_0 *mais augmente à nouveau fortement lorsqu'il s'en éloigne ?*

Exercice 3 *On considère un cylindre dont l'aire* A *est donnée par la formule :*

$$A(r, h) = 2\pi r^2 + 2\pi rh$$

où r *est le rayon et* h *la hauteur.*

1) *Déterminer les dérivées partielles premières de* A.

2) Calculer $\dfrac{\partial A}{\partial r}(3,1)$ *et* $\dfrac{\partial A}{\partial h}(3,1)$.

3) Supposons que les mesures effectuées donnent $r = 3\ m$ *avec une incertitude de* $0,05\ m$ *et* $h = 1\ m$ *avec une incertitude de* $0,03\ m$.
Déterminer l'incertitude absolue sur le calcul de l'aire du cylindre.