

FEUILLE D'EXERCICES # 1

Exercice 1 *Union, intersection, complémentaire*

On considère une expérience pour laquelle trois évènements A , B et C sont possibles. Exprimer, en fonction de A , B , et C , les évènements suivants :

1. seul A est réalisé ;
2. seul B est réalisé ;
3. seuls A et B sont réalisés ;
4. A et B sont réalisés ;
5. un des trois évènements au moins est réalisé ;
6. deux évènements au moins sont réalisés ;
7. aucun évènement n'est réalisé.

Exercice 2 *Cent mille milliards de poèmes*

Raymond Queneau a écrit un ouvrage intitulé Cent mille milliards de poèmes. Il est composé de 10 pages contenant chacune 14 vers. Le lecteur peut composer son propre poème de 14 vers en prenant le premier vers de l'une des 10 pages puis le deuxième vers de l'une des 10 pages et ainsi de suite jusqu'au quatorzième vers. Justifier le titre de l'ouvrage.

Exercice 3 *Cardinal d'une union, d'une intersection*

Dans une entreprise, il y a 800 employés. Parmi ces employés, 300 sont des hommes, 352 sont membres d'un syndicat, 424 sont mariés, 188 sont des hommes syndiqués, 166 sont des hommes mariés, 208 sont syndiqués et mariés, 144 sont des hommes mariés syndiqués. Combien y-a-t-il de femmes non mariées et non syndiquées ?

Exercice 4 *Tournoi sportif*

Un tournoi sportif compte 8 équipes engagées. Chaque équipe doit rencontrer toutes les autres une seule fois. Combien doit-on organiser de matchs ?

Exercice 5 *Compter les chemins*

On part du point du plan de coordonnées $(0,0)$ pour rejoindre le point de coordonnées entières (p, q) en se déplaçant à chaque étape d'une unité vers la droite ou vers le haut. Combien y a-t-il de chemins possibles ? Même question si l'on se déplace à chaque étape du vecteur $(1, 1)$ ou $(1, -1)$?

Exercice 6 *Mains de poker*

On considère les mains de 5 cartes que l'on peut extraire d'un jeu de 52 cartes.

1. Combien y a-t-il de mains différentes ?
2. Combien y a-t-il de mains comprenant exactement un as ?
3. Combien y a-t-il de mains comprenant au moins un valet ?
4. Combien y a-t-il de mains comprenant (à la fois) au moins un roi et au moins une dame ?

Exercice 7 *Anniversaire*

Vous êtes dans une classe de 30 élèves. Votre prof de maths veut parier avec vous 10 euros que deux personnes dans cette classe ont la même date d'anniversaire. Acceptez-vous le pari ?

Exercice 8 *QCM et hasard*

Un QCM comporte 10 questions, pour chacune desquelles 4 réponses sont proposées, une seule est exacte. Combien y-a-t-il de grilles-réponses possibles ? Quelle est la probabilité de répondre au hasard au moins 6 fois correctement ?

Exercice 9 *Pile ou face*

On lance 3 pièces de monnaie équilibrées. Donner un espace de probabilité $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$ permettant de modéliser cette expérience. Calculer les probabilités des évènements suivants : “la première pièce donne face”, “face sort exactement deux fois”, “face sort au plus deux fois”.

Exercice 10 *Histoire de dés, le retour*

On lance 10 dés usuels. Donner un espace de probabilité $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$ permettant de modéliser cette expérience. Calculer les probabilités des évènements suivants : “6 ne sort pas”, “6 sort une fois exactement”, “6 sort trois fois exactement”, “6 sort deux fois au moins”, “6 sort trois fois au moins”.

Exercice 11 *Union, intersection et probabilité*

Soient A , B et C des évènements. On pose $E_1 = A \cap \bar{B} \cap \bar{C}$ et $E_2 = A \cap (B \cup C)$.

1. Montrer que les évènements E_1 et E_2 sont incompatibles ;
2. Déterminer l'ensemble $E_1 \cup E_2$;
3. On sait que $\mathbb{P}(A) = 0,6$, $\mathbb{P}(B) = 0,4$, $\mathbb{P}(C) = 0,3$, $\mathbb{P}(B \cap C) = 0,1$, $\mathbb{P}(A \cap C) = 0,1$, $\mathbb{P}(A \cap B) = 0,2$ et $\mathbb{P}(A \cap B \cap C) = 0,05$. Calculer $\mathbb{P}(E_1)$ et $\mathbb{P}(E_2)$.

Exercice 12 *Double six*

Est-il plus probable d'obtenir au moins une fois six en lançant quatre dés usuels, ou bien d'obtenir au moins une fois un double six en lançant vingt-quatre fois deux dés usuels ?

Exercice 13 *Double six, le retour*

On lance n fois de suite deux dés normaux. Quelle est la probabilité d'obtenir au moins un double six ? Pour quels n cette probabilité dépasse-t-elle $1/2$?

Exercice 14 *File d'attente*

On constitue une file d'attente en attribuant au hasard des numéros d'ordre à n personnes ($n \geq 2$). Deux amis A et B se trouvent dans cette file d'attente.

1. Quelle est la probabilité que les deux amis soient situés l'un derrière l'autre ?
2. Quelle est la probabilité que les deux amis soient distants de r places (i.e. séparés par $r - 1$ personnes) ?