

Exam on signals and systems in physics

Time allowed 2 hours: Notes allowed, calculators allowed

French version overleaf: replies accepted either in English or in French

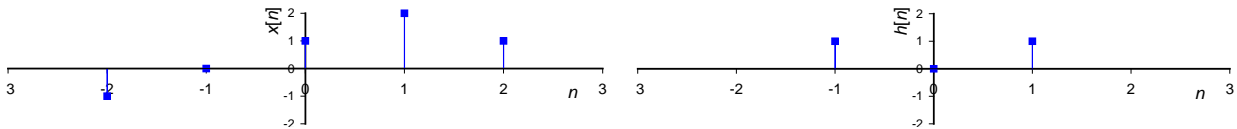
Question 1 Consider the trapezoidal pulse defined by $x(t) = \begin{cases} 4+t & -4 \leq t \leq -1 \\ 3 & -1 \leq t \leq 1 \\ 4-t & 1 \leq t \leq 4 \end{cases}$

Find the energy content and average power of this signal, stating whether it is an energy or a power signal.

Question 2 Are the following systems (i) memoryless, (ii) causal, (iii) linear, (iv) time invariant and (v) BIBO stable ?

- a) the continuous time system $y(t) = 2tx(2t)$
- b) the continuous time system $y(t) = x(t) + \frac{dx(t+1)}{dt}$
- c) the discrete time system $y[n] = x[1+n]$

Question 3

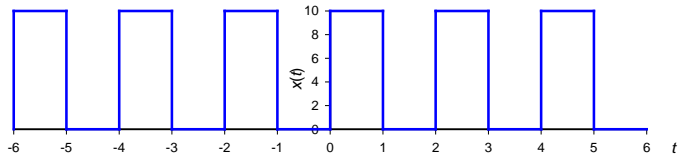


- a) Find $y[n] = x[n] * h[n]$ for the signal and impulse response functions shown above.
- b) Is the system with the impulse response function shown above (i) memoryless, (ii) causal, (iii) BIBO stable? Justify your answers.

Question 4

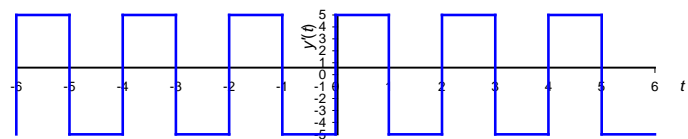
An ideal low pass filter is described by

$$|H(\omega)| = \begin{cases} 1 & |\omega| \leq 4\pi \\ 0 & |\omega| > 4\pi \end{cases}$$



- a) Describe the output signal $y(t)$ for an input signal $x(t)$ corresponding to the periodic square wave shown above.

- b) Suggest a new filter (give its $|H(\omega)|$) whose only effect would be to shift $x(t)$ to give a signal $y'(t)$ shown on the right:



(the Fourier series expansion of $x(t)$ is given by $x(t) = 5 + \frac{20}{\pi}(\sin \pi t + \frac{1}{3} \sin 3\pi t + \frac{1}{5} \sin 5\pi t + \dots)$)

Question 5

Explain briefly the phenomenon of *aliasing* in digital sampling. What steps could be taken in the design of a digital oscilloscope to avoid this potential problem?

A discrete-time amplifier uses a sampling interval of $T = 25$ ns. What is the highest frequency (expressed in Hz) of a signal that can be processed with this amplifier without aliasing?

Question 6 The input $x(t)$ and the output $y(t)$ of a continuous time causal LTI system are related by $y'(t) + 2y(t) = x(t) + x'(t)$.

- a) Find the system function $H(s)$.
- b) Find the impulse response function $h(t)$

Laplace transform pairs which might be useful :

$$e^{-at}u(t) \leftrightarrow \frac{1}{s+a}, \text{Re}(s) > -\text{Re}(a) \quad \delta(t) \leftrightarrow 1$$

$$-e^{-at}u(-t) \leftrightarrow \frac{1}{s+a}, \text{Re}(s) < -\text{Re}(a)$$

Examen de signaux et systèmes en physique

Durée 2 heures : Feuilles de cours/TD autorisés, calculatrices autorisées

Version en anglais au dos : copies acceptées et en anglais, et en français.

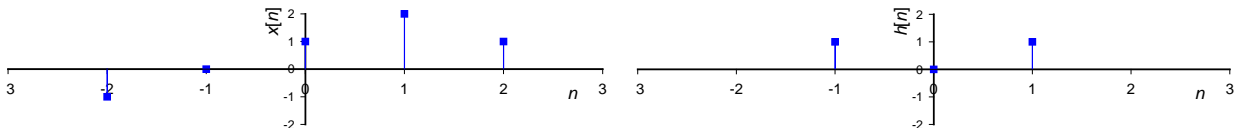
Question 1 Une impulsion trapézoïdale est définie par $x(t) = \begin{cases} 4+t & -4 \leq t \leq -1 \\ 3 & -1 \leq t \leq 1 \\ 4-t & 1 \leq t \leq 4 \end{cases}$

Trouver le contenu en énergie et la puissance moyenne de ce signal. Est-il un signal d'énergie ou de puissance ?

Question 2 Décrire si les systèmes suivants sont (i) sans mémoire, (ii) causal, (iii) linéaires, (iv) invariants dans le temps et (v) stables BIBO. Présenter vos réponses sous forme de tableau.

- a) le système continu en temps $y(t) = 2tx(2t)$
- b) le système continu en temps $y(t) = x(t) + \frac{dx(t+1)}{dt}$
- c) le système discret $y[n] = x[1+n]$

Question 3

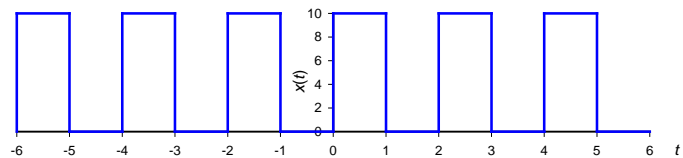


- a) Trouvez le produit de convolution $y[n] = x[n] * h[n]$ du signal d'entrée par la réponse impulsionnelle représentés ci-dessus.
- b) Le système caractérisé par la réponse impulsionnelle ci-dessus est-il (i) sans mémoire, (ii) causal, (iii) BIBO stable ? Justifiez vos réponses.

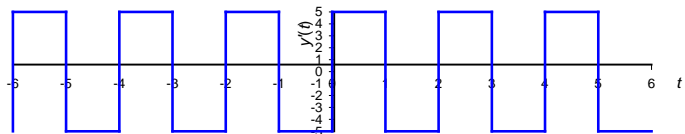
Question 4

Un filtre passe-bas idéal est donné par :

$$|H(\omega)| = \begin{cases} 1 & |\omega| \leq 4\pi \\ 0 & |\omega| > 4\pi \end{cases}$$



- a) Décrire le signal en sortie $y(t)$ pour un signal en entrée $x(t)$ qui correspond à l'onde carrée ci-dessus.
- b) Proposer un nouveau filtre (donner son $|H(\omega)|$) avec comme seul effet de décaler $x(t)$ pour donner le signal $y'(t)$ montré à droite :



(le développement de la série de Fourier pour $x(t)$ est: $x(t) = 5 + \frac{20}{\pi}(\sin \pi t + \frac{1}{3} \sin 3\pi t + \frac{1}{5} \sin 5\pi t + \dots)$)

Question 5

Décrire brièvement le phénomène d'aliasing dans le domaine de l'échantillonnage. Quelles mesures peut-on prendre dans la conception d'un oscilloscope numérique pour éviter ce problème?

Un amplificateur discret utilise une période d'échantillonnage de $T = 25$ ns. Quelle est, pour le signal en entrée, la fréquence maximum (exprimée en Hz) que l'on peut traiter sans voir apparaître de l'aliasing.

Question 6 Les signaux d'entrée $x(t)$ et de sortie $y(t)$ d'un système LIT causal et continu en temps sont reliés par $y'(t) + 2y(t) = x(t) + x'(t)$.

- a) Trouver la fonction de système $H(s)$.
- b) Trouver la réponse impulsionnelle $h(t)$

Couples de Transformé de Laplace :

$$e^{-at}u(t) \leftrightarrow \frac{1}{s+a}, \text{Re}(s) > -\text{Re}(a) \quad \delta(t) \leftrightarrow 1$$

$$-e^{-at}u(-t) \leftrightarrow \frac{1}{s+a}, \text{Re}(s) < -\text{Re}(a)$$