Université de Rennes 1 Année 2005-2006
IFSIC - IUP1

TD PS
Statistiques inférentielles - Tests

1. Exercice 2
   On désire tester l'effet d'une cure d'amaigrissement suivie par 100 patients.
   On mesure le poids x_i (en kg) du patient i avant le traitement, puis son poids y_i après le traitement.
   On obtient les résultats suivants :
   $\overline{X}_{100} = 77,11kg$, $\overline{Y}_{100} = 67,4kg$
   $\frac{1}{100}\sum_i x_i^2 = 6055,47$, $\frac{1}{100}\sum_i y_i^2 = 4588,62$, $\frac{1}{100}\sum_i x_i y_i = 5243,45$
   (a) Peut-on considérer à un niveau de risque de 0.05 que la cure d'amaigrissement a eu un effet en moyenne ?
   (b) Donner le coefficient de corrélation des x_i et des y_i.
   Calculer la droite de régression affine de Y sur X.
   (c) Quel poids peut-on prévoir pour un individu de $84kg$ qui suivrait la cure en question ?

   Correction :

   (a) On pose $Z = X - Y$.
   On teste l'hypothèse $H_0 : E[Z] > 0$ contre $H_1 : E[Z] \leq 0$.

   On cherche une zone de rejet de la forme $D = \{\overline{Z}_{100} < d\}$ avec $P_{H_0}(D) = 0.05$
   En appliquant le théorème de limite centrale, on a :
   $U = \sqrt{\frac{n}{\sigma_Z^2}}(\overline{Z}_{100} - E[Z]) \sim \mathcal{N}(0,1)$

   $P(U < t_\alpha) = 0.05$ pour $t_\alpha = -1.64$
   $U < t_\alpha \Leftrightarrow \overline{Z}_{100} < E[Z] + t_\alpha\sqrt{\frac{\sigma_Z^2}{n}}$
   d'où $d = E[Z] + t_\alpha\sqrt{\frac{\sigma_Z^2}{n}}$

   On prend $E[Z] = 0$ (cas le plus défavorable)
   et σ_Z^2 estimé par $\hat{\sigma}_Z^2$, ce qui donne
   $d = 0 - 1.64\sqrt{\frac{62.9}{100}} = -1.30$

   $\overline{Z}_{100} = 9.71 > d$
   D n'est donc pas vérifiée : l'hypothèse H_0 est acceptée, i.e. le traitement a un effet.
   (b) $r_{XY} = 0.625$, $\hat{a} = 0.387$, $\hat{b} = 37.55$
   (c) 70kg

2. Exercice 3
   On teste l'hypothèse $H_0 : E[X_1] = E[X_2]$ contre $H_1 : E[X_1] \neq E[X_2]$.
   On trouve $5.13 > 1.96$: D est valide.
   On conclue que la différence est significative, avec un risque d'erreur de 5%.