Université de Rennes 1
IFSIC - IUP1

Année 2005-2006

**TD PS**
**Statistiques descriptives**
**Courbe de Lorentz ou courbe de concentration**

1. Cinq amis bénéficient d'un total de 10 tickets de cinéma gratuits chaque mois. Ils décident de les mettre en libre service entre eux. Le tableau ci-dessous montre le nombre de tickets pris par chacun pour les trois premiers mois.

| | Jean | Yves | Martin | Hugues | Charles |
|---|---|---|---|---|---|
| mois 1 | 0 | 8 | 0 | 1 | 1 |
| mois 2 | 1 | 4 | 0 | 3 | 2 |
| mois 3 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |

   (a) Quelle est la population étudiée, son effectif, la variable statistique considérée et son type (qualitatif, quantitatif, discret, continu) ?

   (b) Calculez pour le premier mois la distribution des valeurs : effectif, fréquence, fréquence cumulée.

   (c) Tracez l'histogramme et la fonction de répartition.

   (d) Pourquoi ce cas se prête-t-il à un calcul de concentration ?

   (e) Calculez et tracez la courbe de concentration ou courbe de Lorentz.

   (f) Calculez la médiane et la médiale.

   (g) Calculez l'indice de Gini. Vérifiez qu'il est cohérent avec la courbe.

   (h) Mêmes questions pour les mois 2 et 3.

   (i) Commentez les résultats obtenus.

2. Le tableau suivant donne la fréquence en pourcentage et la superficie en pourcentage des exploitations selon la taille de surface agricole utilisée (en ha) en Bretagne en 1990 (Source : tableaux de l'économie bretonne 1993- Pub Insee DR Bretagne). 82607 exploitations se répartissent 1735774 hectares.

| **Taille en hectares** | **fréquence en %** | **superficie en %** |
|---|---|---|
| 0 à moins de 2 | 13 | 1 |
| 2 à moins de 5 | 12 | 2 |
| 5 à moins de 10 | 10 | 3 |
| 10 à moins de 20 | 19 | 13 |
| 20 à moins de 30 | 18 | 21 |
| 30 à moins de 40 | 13 | 21 |
| 40 à moins de 50 | 8 | 17 |
| 50 et plus | 7 | 22 |

   (a) Tracez la courbe de concentration associée à la distribution des surfaces agricoles.

(b) Parmi ces 3 valeurs, 0.12, 0.46, 0.88, quelle est celle de l'indice de Gini ?

(c) Quelle est la taille moyenne $\bar{x}$ d'une exploitation ?

(d) Calculez la médiane et la médiale.

(e) Il existe d'autres mesures d'inégalité que l'indice de Gini, en particulier l'écart relatif moyen qui est la moyenne arithmétique des valeurs absolues des écarts relatifs à la moyenne. Son expression est la suivante :

$$D = \frac{\sum_{j=1}^{k} f_j \mid x_j - \bar{x} \mid}{\bar{x}} \tag{1}$$

où
- $f_j$ est la fréquence relative de la classe $j$. Ainsi $f_1 = 0.13$
- $k$ est le nombre de classes, ici $k = 8$ ;
- $x_j$ est le centre de la classe.

Calculer $D$. Dans quel cas, $D = 0$ ? Dans quel cas $D = 1$ ?