Université de Rennes 1 Année 2005-2006
IFSIC - IUP1

TD PS
Probabilités - Loi normale, théorèmes limites

1. Soit Y une variable aléatoire de loi gaussienne centrée réduite.
   (a) Calculer la probabilité des événements $\{0 \leq Y \leq 2\}$, $\{Y \geq 2\}$, $\{Y \geq 3\}$, $\{|Y| \geq 2,57\}$, ainsi que la valeur y telle que $P(|Y| > y) = 0.05$
   (b) Soit X une autre variable aléatoire de loi gaussienne $\mathcal{N}(m = 50, \sigma^2 = 100)$. Calculer la probabilité des évènements $\{X \geq 0\}$, $\{30 \leq X \leq 70\}$, ainsi que la valeur x telle que $P(|X| > x) = 0.05$.

2. Une chaîne de fabrication produit des pièces dont une proportion de 5% sont défectueuses. Lors d'un contrôle de $n = 320$ pièces prises au hasard, notons $X(\omega)$ la variable aléatoire égale au nombre de pièces défectueuses.
   (a) Calculer la probabilité des événements $\{8 \leq X \leq 24\}$ et $\{X \geq 25\}$
      i. en utilisant une loi de Poisson (justifier son application),
      ii. en utilisant une loi gaussienne (justifier son application).
   (b) Comparer ces résultats avec des majorations-minorations de Bienaymé–Tchebychev.

3. Une compagnie aérienne gère des vols de 200 passagers avec les données suivantes :
   – le poids en kilogrammes d'un passager est une v.a. réelle d'espérance 65 et d'écart type 15 ;
   – quand le poids maximal de bagages autorisé par passager est de Mkg, le poids de bagages par passager en kilogrammes est une v.a. réelle d'espérance $0.7M$ et d'écart type $0.2M$;
   – les 400 v.a. réelles "poids des passagers" et "poids des bagages" sont indépendantes.

   Quelle valeur de M maximale permet d'avoir 95 chances sur 100 de faire rentrer 200 passagers dans l'avion sans dépasser la charge maximale autorisée, égale à 18 tonnes ?

4. Un restaurateur peut servir 75 repas, uniquement sur réservation. La pratique montre que 20% des clients ayant réservé ne viennent pas.
   (a) Combien le restaurateur doit-il accepter de réservations indépendantes pour avoir une probabilité supérieure ou égale à 0.9 de pouvoir servir tous les clients qui se présenteront ?