TD PS
Probabilités - Fonction génératrice des moments

1. Pour les lois classiques suivantes, calculez la fonction génératrice des moments $\phi(t)$ et appliquez ses propriétés pour calculer $E[X]$ et $Var(X)$.
   (a) loi géométrique de paramète p
   (b) distribution binomiale de paramètres n et p
   (c) distribution de Poisson de paramètre λ
   (d) distribution exponentielle de paramètre λ
   (e) distribution uniforme sur $[a, b]$
   (f) distribution normale

2. On sait que la fonction génératrice des moments d'une variable X est $\phi_X(t) = \left(\frac{1}{2}\right)^{10} \left(e^t + 1\right)^{10}$.
   Quelle est la loi de X ?

3. On sait que la fonction génératrice des moments d'une variable X est $\phi_X(t) = e^{3(e^t - 1)}$.
   Que vaut $P(X = 0)$?

4. On peut montrer que si X et Y sont deux variables aléatoires indépendantes, alors la fonction génératrice de leur somme $\phi_{X+Y}(t)$ est le produit des fonctions génératrices $\phi_X(t)$ et $\phi_Y(t)$.
   Soient deux variables binomiales X et Y indépendantes et de paramètres respectifs (n, p) et (m, p). Quelle est la distribution de $X + Y$?

5. Si X et Y sont deux variables poissoniennes indépendantes de paramètres respectifs λ_1 et λ_2, quelle est la distribution de leur somme ?

6. Si X et Y sont deux variables normales indépendantes de paramètres respectifs (ν_1, σ_1^2) et (ν_2, σ_2^2), quelle est la distribution de leur somme ?