

**AG2, Dernier contrôle continu (durée 30 mn)**

---

**Exercice 1**

On considère les vecteurs suivants de  $\mathbb{R}^4$  :

$$v_1 = (1, 0, 1, 2) \quad v_2 = (2, 3, 1, -1) \quad v_3 = (1, 1, -1, 0) \quad v_4 = (0, 1, 2, 3) \quad v_5 = (2, 1, 0, 2)$$

- (1) La famille  $\{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$  est-elle libre ?
  - (2) Montrer que  $v_5$  appartient à  $\text{Vect}\{v_1, v_2, v_3, v_4\}$ .
  - (3) Est-ce que  $(v_1, v_2, v_3, v_4)$  est une base de  $\mathbb{R}^4$  ?
- 

**Exercice 2**

On note  $\mathbb{R}[X]$  l'espace vectoriel sur  $\mathbb{R}$  des polynômes à coefficients réels.

- (1) Montrer que le sous-ensemble  $\mathbb{R}_3[X]$  de  $\mathbb{R}[X]$  formé des polynômes de degré au plus 3 est un sous-espace vectoriel de  $\mathbb{R}[X]$ .
- (2) Donner une base de  $\mathbb{R}_3[X]$ . Quelle est sa dimension ?
- (3) La famille  $\{X + 1, 2X - 1, 1 + 2X + X^2 + X^3, X^2 - X^3\}$  est-elle libre ?
- (4) Cette famille est-elle génératrice de  $\mathbb{R}_3[X]$  ?