

## Un problème inverse en physique statistique quantique

**Encadrant :** Florian Méhats  
IRMAR et Université de Rennes 1  
tél. : 02 23 23 52 66  
e-mail : `florian.mehats@univ-rennes1.fr`

On considère un système physique quantique que l'on suppose plongé dans un bain thermique à température  $T$  et soumis à un potentiel donné  $V(x)$ . Selon la physique statistique quantique, les états d'équilibre sont décrits par une matrice dite *matrice densité* qui est une fonction du Hamiltonien  $\mathcal{H}_V = -\frac{1}{2} \frac{d^2}{dx^2} + V(x)$ . Dans ce projet, on suppose que le Hamiltonien  $\mathcal{H}_V$  est discrétisé sur une grille selon une méthode de différences finies. On note  $H_V$  la matrice ainsi obtenue. Le système à l'équilibre est alors décrit par la matrice suivante :

$$M = \exp\left(-\frac{H_V}{T}\right).$$

Les *observables* du système sont les quantités que l'on peut mesurer. La plus simple d'entre elles est la densité, qui est la diagonale de la matrice  $M$ , notée  $\rho$ .

On s'intéresse au problème suivant. Connaissant la densité  $\rho$ , supposée avoir été mesurée en tout point de la grille par un expérimentateur, on cherche à remonter au potentiel  $V$  qui est inconnu. Le fait intéressant est que l'on peut exprimer ce problème comme la recherche du minimum d'une fonctionnelle strictement convexe. Ceci entraîne deux éléments importants. D'une part, ce problème est mathématiquement bien posé, c'est-à-dire que pour toute donnée  $\rho$  strictement positive, il existe un unique potentiel  $V$  solution du problème. D'autre part, la résolution numérique de ce problème pourra se faire par des méthodes adaptées à la minimisation de fonctionnelles convexes. L'objectif de ce projet est de programmer sous *matlab* de telles méthodes et de comparer leur efficacité.