ANALYSE MODALE DES GUIDES RUBANS

Anne-Sophie BONNET-BENDHIA, Fabrice MAHE
ENSTA / GHN
Centre de l'Yvette
Chemin de la Hunière
91120 PALAISEAU

Nous nous intéressons aux modes guidés de différents types de microguides ([1]) réalisés en optique intégrée. L'étude concerne des profils d'indice très généraux ; cependant, pour la clarté de la présentation, nous considérons les cas modèles suivants :

fig. 1 **fig. 2** **fig. 3**

avec $n_+ > n_* > n_\infty > 0$.

Nous adoptons le modèle scalaire valable en régime de faible guidage. Dans la suite, pour un nombre d'onde k, nous noterons $\beta^*(k)$ la constante de propagation du mode fondamental dans le guide plan suivant :

fig. 4

Nous rappelons ([2]) que $\beta^*(k)$ est la plus grande racine β de :

$$\tan(\kappa h) = \frac{2\kappa\gamma}{(\kappa^2 - \gamma^2)} \qquad\qquad = F(\kappa h)$$

où $\kappa = \sqrt{n_+^2 k^2 - \beta^2}$ et $\gamma = \sqrt{\beta^2 - n_\infty^2 k^2}$.

Étude théorique

Soit $N(k)$ le nombre de modes guidés dont les constantes de propagation sont telles que :

$$\beta^*(k) < \beta < kn_+ \qquad (^1)$$

À l'aide d'outils de la théorie spectrale des opérateurs auto-adjoints ([3]), et en particulier du principe du "min-max", nous avons démontré les résultats suivants :

(1) Il est intéressant de remarquer que, si l'inégalité $\beta < kn_+$ est toujours vérifiée, en revanche, il existe des cas pour lesquels $\beta < \beta^*(k)$. Une telle valeur de β correspond à la fois à un mode de radiation et à un mode guidé.

Pour le guide n° 1 :

$$\forall k, \quad 1 \leq N(k) \leq M_+$$

où M_+ est un nombre fini que l'on peut calculer explicitement en fonction de H/h et a/h.

Pour le guide n° 2, il existe deux valeurs k_1 et k_2, $0 < k_1 < k_2 < +\infty$, telles que :

$$N(k) = 1 \quad \text{si} \quad k < k_1 \quad \text{ou} \quad k > k_2$$

Pour le guide n° 3 :

Si $(H - h) \times a$ est assez grand, il existe k_1 tel que :

$$\forall k < k_1, \qquad N(k) = 1$$

Il existe k_2 tel que :

$$\forall k > k_2, \qquad N(k) = 0$$

Autrement dit, contrairement au cas d'une fibre optique, on constate dans ces trois cas que le nombre de modes guidés ne croît pas indéfiniment avec la fréquence.

Méthode numérique

Pour utiliser une méthode éléments finis, on veut se ramener à un domaine borné de calcul. Voici les deux étapes de la démarche :

fig. 5

On plonge le guide dans une bande horizontale et on impose soit la nullité du champ, soit la nullité de sa dérivée normale, sur les deux frontières fictives Γ_1 et Γ_2. On notera $\beta_m^D(k)$ (respectivement $\beta_m^N(k)$) la constante de propagation du m$^{\text{ième}}$ mode, obtenue en imposant la première condition (respectivement la seconde) sur Γ_1 et Γ_2. $\beta_m(k)$ étant la constante de propagation du m$^{\text{ième}}$ mode du guide initial, on démontre que :

$$\beta_m^D(k) \leq \beta_m(k) \leq \beta_m^N(k)$$

On écrit sur Σ_1 et Σ_2 une condition aux limites exacte en utilisant la décomposition en série du champ dans le domaine extérieur (méthode des éléments finis localisés). On est ainsi amené à résoudre numériquement deux problèmes non linéaires de recherche de valeurs propres pour estimer les constantes de propagation des modes du guide.

Nous présenterons quelques résultats numériques.

[1] M.J. ROBERTSON, S. RITCHIE AND P. DAYAN, *Semiconductor waveguides : analysis of optical propagation in single rib structures and directional couplers*, IEE PROCEEDINGS, Vol. 132, No. 6, December 1985.

[2] D. MARCUSE, *Theory of dielectric optical waveguides*, Academic Press, 1974.

[3] A. BAMBERGER AND A.S. BONNET, *Mathematical analysis of the guided modes of an optical fiber*, SIAM J. MATH. ANAL.,Vol. 21, No. 6, pp. 1487-1510, November 1990.