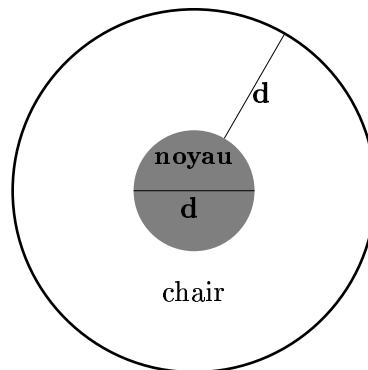


**Documents et calculatrices interdits. Les téléphones portables doivent être désactivés et rangés.
Ils ne peuvent en particulier servir ni de montre ni de calculatrice.**

Toutes les réponses devront être justifiées.

Exercice n°1

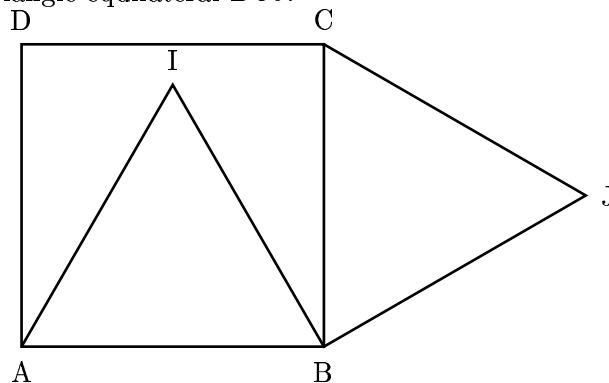
Une cerise et son noyau sont assimilés à deux sphères de même centre. On suppose que la couche de chair a une épaisseur égale au diamètre du noyau. On note v_1 le volume du noyau et v_2 le volume de la chair.



On rappelle que le volume d'une sphère de rayon r est donné par la formule $V = \frac{4}{3}\pi r^3$.
Calculer le rapport $\frac{v_2}{v_1}$.

Exercice n°2

ABCD est un carré à l'intérieur duquel on construit le triangle équilatéral ABI. On construit également, extérieurement à ce carré, le triangle équilatéral BCJ.



Montrer que les points D, I et J sont alignés.

Exercice n°3

Quelle est la plus grande puissance de 6 qui divise $132 \times 64^5 \times 81^9$?

Quel est le 75^{ème} chiffre après la virgule quand on effectue la division de 124 par 17 ?

Exercice n°5

Un bronze à t % est un alliage de cuivre et d'étain tel que la masse d'étain représente t % de la masse totale de l'alliage.

On fond 125 g de bronze à 21 % avec 250 g de bronze à 18 %.

A quel pourcentage est le nouveau bronze obtenu ?

Exercice n°6

16 terrassiers doivent creuser une tranchée en 8 journées de 9 heures. A la fin de la troisième journée, ils sont épuisés. 6 d'entre-eux s'en vont et les 10 restant décident de ne plus faire que des journées de 8 heures.

Combien de jours mettront-ils pour achever la tranchée ?

Exercice n°7

Deux villes A et B sont distantes de 160 km. Un TER part de B pour rejoindre A à 9 h 30. Sa vitesse est de 80 km/h. Un train Corail part de A à 10 h pour rejoindre B. Sa vitesse est de 120 km/h.

A quelle heure les trains se croisent-ils ? A quelle distance se trouvent-ils alors de A ?

Exercice n°8

Lors d'une foire aux vins, un restaurateur achète trois vins différents :

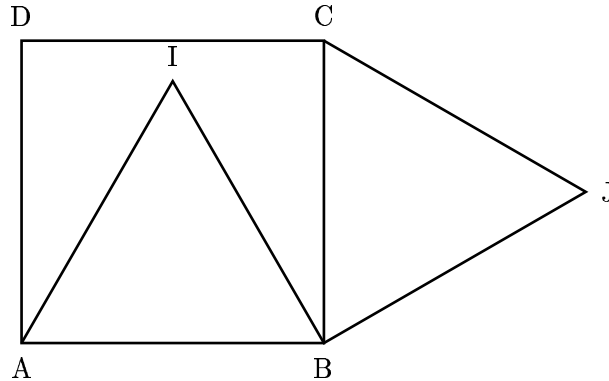
- 1 200 bouteilles de Bordeaux
- 12 bouteilles de Sancerre
- 120 bouteilles de Côtes du Rhône

Sachant que le prix d'une bouteille de vin est (en euros) un entier compris entre 2 et 8, et que le total des achats du restaurateur s'élève à 6 552 euros, quels sont les prix d'une bouteille de chacun des trois vins ?

Exercice n°1

Le noyau est une sphère de rayon $\frac{d}{2}$ donc a un volume $v_1 = \frac{4}{3}\pi \left(\frac{d}{2}\right)^3 = \frac{4}{3}\pi \frac{d^3}{8}$.

La cerise est une sphère de rayon $d + \frac{d}{2} = \frac{3d}{2}$ donc a un volume $v = \frac{4}{3}\pi \left(\frac{3d}{2}\right)^3 = \frac{4}{3}\pi \frac{27d^3}{8}$. Par suite, le volume de chair est $v_2 = v - v_1 = \frac{4}{3}\pi \frac{27d^3 - d^3}{8} = \frac{4}{3}\pi \frac{26d^3}{8}$. Finalement, $\frac{v_2}{v_1} = 26$.

Exercice n°2

ABCD est un carré donc ses angles mesurent 90° .

BCJ et ABI sont équilatéraux donc leurs angles mesurent 60° .

Le triangle ADI est isocèle en A donc $\widehat{ADI} = \widehat{AID} = \frac{180 - 30}{2} = 75$. D'autre part, le triangle BIJ est isocèle en B donc $\widehat{IJB} = \widehat{BIJ} = \frac{180 - (60 + 30)}{2} = 45$. Finalement, $\widehat{DIJ} = \widehat{DIA} + \widehat{AIB} + \widehat{BIJ} = 75 + 60 + 45 = 180$. C'est donc l'angle plat et D, I et J sont alignés.

Exercice n°3

On a : $132 = 2^2 \times 3 \times 11$, $64^5 = (2^6)^5 = 2^{30}$ et $81^9 = (3^4)^9 = 3^{36}$ soit $132 \times 64^5 \times 81^9 = 2^{32} \times 3^{37} \times 11$. Comme $6 = 2 \times 3$, la plus grande puissance de 6 divisant le nombre proposé est 32.

Exercice n°4

On a $\frac{124}{17} = 7, \overline{2941176470588235}$ (période de longueur 16). Comme $75 = 4 \times 16 + 11$, le 75^{ème} chiffre après la virgule est le même que le onzième : 5.

Exercice n°5

Les 125 g de bronze à 21 % apportent $\frac{21}{100} \times 125 = 26,25$ g d'étain et les 250 g de bronze à 18 % apportent $\frac{18}{100} \times 250 = 45$ g d'étain. Le nouveau bronze contient donc $26,25 + 45 = 71,25$ g d'étain pour une masse totale de $125 + 250 = 375$ g soit un pourcentage de $\frac{71,25}{375} \times 100 = 19$. Le nouveau bronze obtenu est à 19 %.

On aurait aussi pu remarquer que le nouveau bronze contient un tiers de bronze à 21 % et deux tiers à 18 % d'où un alliage à $\frac{1}{3} \times 21 + \frac{2}{3} \times 18 = 19$ %.

Creuser la tranchée nécessite $16 \times 8 \times 9 = 1152$ heures de travail. Au bout de 3 jours, $16 \times 3 \times 9 = 432$ heures ont été accomplies. Il reste $1152 - 432 = 720$ heures à faire à dix en journées de 8 heures donc à 80 heures par jours. Il leur faudra donc 9 jours pour achever la tranchée.

Exercice n°7

A 10 h, quand le train Corail part de A, le TER a déjà parcouru $\frac{1}{2} \times 80 = 40$ km. A cette heure, les deux trains sont donc distants de $160 - 40 = 120$ km et roulent l'un vers l'autre à des vitesses cumulées de $120 + 80 = 200$ km/h. Il se croiseront donc au bout de $\frac{120}{200} = \frac{3}{5}$ heure soit $\frac{3}{5} \times 60 = 36$ minutes. Les trains se croisent donc à 10 h 36. Ils se trouvent alors à $120 \times \frac{3}{5} = 72$ km de A.

Exercice n°8

En notant B , S et C les prix cherchés, on a : $6552 = 1200B + 12S + 120C$ soit en simplifiant par douze $546 = S + 10C + 100B = \overline{BCS}$ car S , C , B sont des chiffres. On en déduit donc $S = 6$ (la bouteille de Sancerre coûte 6 euros), $C = 4$ (la bouteille de Côtes du Rhône coûte 4 euros) et $B = 5$ (la bouteille de Bordeaux coûte 5 euros).