Universités de Rennes 1/Rennes 2 **2005-2006**

Licence (L2) UED IUFM
Corrigé rapide de l'épreuve de Mathématiques du samedi 3 juin 2006

Exercice n°1

Un piéton s'est rendu d'une ville A à une ville B en 2 h. Au retour, il fait 11 mètres de plus par minute et il fait le trajet en 105 minutes. Quelle est la distance de A à B ?

<u>Solution :</u> Si on désigne par v sa vitesse (en mètres par minute) à l'aller, sa vitesse au retour est $v + 11$. L'aller a duré 2 h = 120 minutes et le retour 105 minutes. Comme les distances aller et retour sont égales, on a $120v = 105(v + 11)$. On déduit $120v - 105v = 105 \times 11 = 1155$ soit $15v = 1155$ et finalement $v = 77$. La distance de A à B est donc $77 \times 120 = 9240$ mètres.

Exercice n°2

Un article dont le prix est P subit successivement une hausse de 15%, une deuxième hausse de 5% et enfin une baisse de 20 %. Parmi les affirmations suivantes laquelle (lesquelles) est (sont) vraie(s) ?

Deux bonnes réponses : **B)** Le dernier prix est inférieur à P et **E)** Le prix de cet article a diminué d'exactement 3,4 %.

Après la première hauuse le prix est de $1,15 \times P$; après la deuxième il est de $1,05 \times (1,15P)$ et le prix final est donc $0,8 \times 1,05 \times (1,15P) = 0,84 \times (1,15P) = 0,966P$.

Exercice n°3

On effectue la division de 392 par 13. Quel est le 99 ème chiffre après la virgule ?

Une seule bonne réponse : **C)** 3.

En effet, la division de 392 par 13 donne $392 = 30,\overline{153846}$ (période de longueur 6). Or $99 = 6 \times 16 + 3$ donc le 99 ième chiffre après la virgule est le même que le troisième : le 3.

Exercice n°4

Sur la figure ci-dessous, OAB est un triangle rectangle en O tel que $OB = 8$ et $AB = 10$. On donne aussi $OH = 2$ et (HK) parallèle à (OA).

A K

1) Calculer OA.

2) Calculer HK.

0 H B

3) Calculer l'aire du quadrilatère $OHKA$.

<u>Solution :</u>

1) Le théorème de Pythagore dans le triangle OAB (rectangle en 0) donne $OA^2 + OB^2 = AB^2$ donc $OA^2 = 10^2 - 8^2 = 36$ et $OA = 6$.

2) (HK) est parallèle à $(0A)$ donc, d'après le thé orème de Thalés, $\frac{BH}{BO} = \frac{BK}{BA} = \frac{HK}{OA}$ et donc $\frac{HK}{6} = \frac{BH}{BO} = \frac{8-2}{8}$ donc $HK = \frac{36}{8} = \frac{9}{2} = 4,5$

3) L'aire du triangle OAB est $\frac{OB}{OA}2 = \frac{8\times 6}{2} = 24$. L'aire du tiangle BHK est $\frac{BH}{HK}2 = \frac{6\times\frac{9}{2}}{2} = \frac{27}{2} = 13,5$. Par suite, l'aire du quadrilatère $OHKA$ est $24 - 13,5 = 10,5$.

Exercice n°5

Un fleuriste dispose de 129 roses rouges, 215 roses blanches et 258 roses jaunes. Il utilise toutes ses roses pour composer des bouquets qui comportent exactement le même nombre de roses rouges, le même nombre de roses blanches et le même nombre de roses jaunes.

On note N le nombre de bouquets qu'il réalise ainsi. Parmi les assertions ci-dessous laquelle (lesquelles) est (sont) exacte(s) ?

Une seule bonne réponse : **D)**$40 \leq N < 45$.

En effet, le nombre de bouquets doit être un diviseur de $129 = 43 \times 3$, un diviseur de $215 = 43 \times 5$ et un diviseur de $258 = 43 \times 6$. C'est donc un diviseur de 43 et comme 1 est exclus, c'est 43.

Exercice n°6

Sur la figure **inexacte** ci-dessous, le cercle de centre 0 et de diamètre $[AB]$ passe par le point C. On donne aussi $\widehat{OAC} = 20°$.

C

A 20° 0 B

Quelle est en degrés la mesure de l'angle $\widehat{OCB}$?

Une seule bonne réponse : **A)** 70

En effet, le triangle ABC est inscrit dans le cercle de diamètre $[AB]$ donc il est rectangle en C. On en déduit $\widehat{ABC} = 180 - 90 - 20 = 70°$. D'autre part, le triangle $0AC$ est isocèle en O (centre du cercle) donc $\widehat{OAC} = \widehat{OCA}$. Finalement, $\widehat{OCB} = 90 - \widehat{OCA} = 90 - 20 = 70°$.

Exercice n°7

1) Calculer le pgcd de 1080 et 720.

2) Combien 1080 et 720 ont-ils de diviseurs communs ?

<u>Solution :</u>

1) On a $1080 = 2^3 \times 3^3 \times 5$ et $720 = 2^4 \times 3^2 \times 5$ donc pgcd(1080,720)$= 2^3 \times 3^2 \times 5 = 360$.

2) Les diviseurs communs à 1080 et 720 sont les diviseurs du pgcd de 1080 et 720 et sont donc les nombres s'écrivant $2^a \times 3^b \times 5^c$ avec $0 \leq a \leq 3$ (4 choix), $0 \leq b \leq 2$ (3 choix) et $0 \leq c \leq 1$ (2 choix). Il y en a donc $4 \times 3 \times 2 = 24$.