Licence 3, Champ : MEF Parcours : PE
Corrigé rapide de l'épreuve de Mathématiques du 13 décembre 2008

Exercice n°1 *(Calcul)* **Réponse** $3 - \frac{1}{5}$ **ou** $\frac{4}{5} - 3$ **suivant la version**

En effet, $x = 2 \times \frac{3}{5} \times \frac{1}{4} + \frac{1}{\frac{2}{5}} = \frac{3}{10} + \frac{5}{2} = \frac{28}{10}$ soit $x = 2,8 = 3 - \frac{1}{5}$.

Attention : il y avait une deuxième version du texte avec un "moins" au lieu d'un "plus" entre les deux grandes fractions ; on trouvait alors $x = 2 \times \frac{3}{5} \times \frac{1}{4} - \frac{1}{\frac{2}{5}} = \frac{3}{10} - \frac{5}{2} = -\frac{44}{20}$ soit $x = \frac{4}{5} - 3$.

Évidemment, il était fort préjudiciable d'entourer une réponse correspondant à l'autre version du texte ...

Exercice n°2 *(Volume d'eau)* **Réponse 18 750**

On passe de la réduction au récipient en multipliant les longueurs par 50 et donc les volumes par $50^3 = 125\,000$.
Le récipient contient donc $150 \times 125\,000$ cm^3 d'eau soit 150×125 dm^3 ou encore 18 750 litres.

Exercice n°3 *(Balade à vélo)* **Réponse** $20(x + 1,5) = 70x$

x désignant le temps mis par Yann pour rejoindre sa soeur, à l'instant de la rencontre,

- Yann aura roulé x heures à 70 km/h
- Zoé aura roulé $x + 1,5$ heures (elle est partie une heure et demi plus tôt) à 20 km/h

Comme ils sont partis du même endroit, ils auront, à l'instant de leur rencontre, parcouru exactement la même distance (exprimée en kilomètre) : $70x = 20(x + 1,5)$.

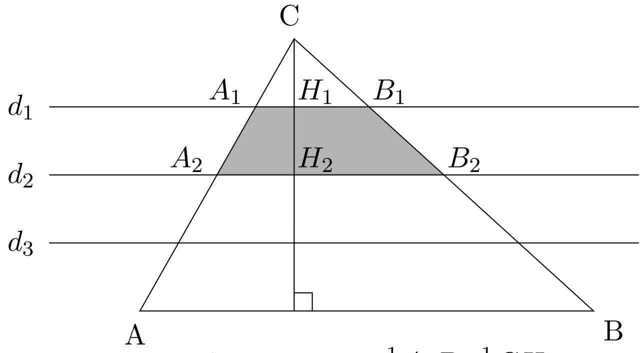
Exercice n°4 *(Mathusalem)*

Les données imposent que l'âge de Mathusalem soit un multiple de 24 (24 fois celui de Pierre), de 16 (16 fois plus que Marie) et de 42 (42 fois celui de Paul). C'est donc un multiple de ppcm(24,16,42). Or, $24 = 2^3 \times 3$, $16 = 2^4$ et $42 = 2 \times 3 \times 7$ donc ppcm(24,16,42)$= 2^4 \times 3 \times 7 = 336$. Le seul multiple (positif et non nul) de 336 inférieur à 400 étant 336, Mathusalem a 336 ans et donc Pierre $336 \div 24 = 14$ ans.

Exercice n°5 *(Périmètre du triangle)*

Si a désigne la longueur d'un côté du carré, son aire est $a^2 = 2$ cm^2 et donc $a = \sqrt{2}$ cm.
Le triangle ADJ est rectangle en A donc (théorème de Pythagore) $AJ^2 = AD^2 + DJ^2$ c'est à dire :
$AJ^2 = (\sqrt{2})^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2$ soit $AJ^2 = 2 + \frac{2}{4} = \frac{5}{2}$ donc $AJ = \sqrt{\frac{5}{2}}$.
De même, dans le triangle AIB (rectangle en B), on a $AI = \sqrt{\frac{5}{2}}$.
Enfin, dans le triangle IJC, rectangle en C, on a $IJ^2 = IC^2 + CJ^2 = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2$ donc $IJ^2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$ et $IJ = 1$.
Finalement le périmètre de AIJ est $AI + IJ + JA = \sqrt{\frac{5}{2}} + 1 + \sqrt{\frac{5}{2}} = 1 + 2\sqrt{\frac{5}{2}}$ soit $1 + \sqrt{10}$ cm.

$\boxed{\textbf{Exercice n°6}}$ *(Aire du triangle)*



Notons A_1, A_2 et B_1, B_2 les points d'intersection de d_1, d_2 avec respectivement (CA) et (CB). Alors A_1 est le milieu de $[CA_2]$ et $(A_1B_1) /\!\!/ (A_2B_2)$ et donc (théorème de Thalès ou encore, dans ce cas particulier, théorème des milieux),

$$\frac{1}{2} = \frac{CA_1}{CA_2} = \frac{CB_1}{CB_2} = \frac{A_1B_1}{A_2B_2}$$

Le même théorème conduit à $\dfrac{CH_1}{CH_2} = \dfrac{1}{2}$ si bien que $\mathcal{A}ire(A_1B_1C) = \dfrac{A_1B_1.CH_1}{2} = \dfrac{\frac{1}{2}A_2B_2.\frac{1}{2}CH_2}{2}$ soit finalement $\mathcal{A}ire(A_1B_1C) = \dfrac{1}{4}\mathcal{A}ire(A_2B_2C)$.

Plus rapidement, on aurait aussi pu constater que CA_2B_2 n'est autre que CA_1B_1 agrandi deux fois et donc son aire est $2^2 = 4$ fois plus grande ...

Comme $\mathcal{A}ire(A_2B_2C) = \mathcal{A}ire(A_1B_1C) + 6$, il en résulte que $6 = 3\mathcal{A}ire(A_1B_1C)$ soit $\mathcal{A}ire(A_1B_1C) = 2 \text{ cm}^2$ et $\mathcal{A}ire(A_2B_2C) = 8 \text{ cm}^2$.

Enfin, le même raisonnement s'applique pour passer de CA_2B_2 à CAB et donc :

$$\mathcal{A}ire(ABC) = 2^2\mathcal{A}ire(A_2B_2C) = 32 \text{ cm}^2$$