

Deuxième partie

Dans cette partie, chaque question apporte un maximum de 4 quatre points. Il peut y avoir plusieurs réponses à certaines questions. Il y a toujours au moins une réponse correcte.

Exercice 31

On considère le nombre

$$27 + (2 \times 9) + (3 \times 27) + (6 \times 9) + (5 \times 27) + (10 \times 9) + (7 \times 27) + (14 \times 9) + (9 \times 27) + (18 \times 9)$$

Ce nombre

- A. est un multiple de 9 ;
- B. est un multiple de 5 ;
- C. est supérieur à 3000 ;
- D. n'est pas divisible par 45 ;
- E. n'est pas le carré d'un nombre entier.

La meilleure réponse est ABE

Exercice 32

En Syldavie, le championnat de 1^{ère} division de football comporte 22 équipes. Chaque équipe rencontre chaque autre équipe deux fois (une fois à domicile, une fois sur le terrain de l'autre).
Combien de matches sont joués en tout ?

- A. 44 (soit 22×2) ;
- B. 121 (soit $(22 \times 22) \div 4$) ;
- C. 242 (soit $(22 \times 22) \div 2$) ;
- D. 462 (soit 22×21) ;
- E. 924 (soit $22 \times 21 \times 2$).

La meilleure réponse est D

Exercice 33

L'inverse de $\frac{2}{3} + \frac{3}{4}$ est :

- A. $\frac{7}{5}$;
- B. $-\frac{2}{3} - \frac{3}{4}$;
- C. $\frac{12}{17}$;
- D. $\frac{12}{6}$;
- E. $\frac{3}{2} + \frac{4}{3}$.

La meilleure réponse est C

Exercice 34

Un sudoku est un tableau de 6 lignes et 6 colonnes, subdivisé en 6 rectangles de 2 lignes et 3 colonnes (voir exemple plus bas), dont toutes les cases contiennent un chiffre de 1 à 6 de sorte que :

- chaque ligne comporte chacun des chiffres de 1 à 6 une et une seule fois,
- chaque colonne comporte chacun des chiffres de 1 à 6 une et une seule fois,
- et chacun des 6 rectangles comporte chacun des chiffres de 1 à 6 une et une seule fois.

Voici un exemple de sudoku :

1	2	3	4	5	6
4	5	6	1	2	3
2	3	1	5	6	4
5	6	4	2	3	1
3	1	2	6	4	5
6	4	5	3	1	2

Voici un sudoku incomplet : on est parti d'un sudoku correct, certains chiffres ont été effacés. Pour répondre aux questions, il ne vous est pas nécessairement demandé de reconstituer le sudoku complet de départ : les questions ne portent que sur cinq cases de la grille, qui ont été désignées par des lettres.

1	5	B			6
6		A	4		
3	6				
			C	1	3
		6		D	2
2	E			6	5

Quelles sont la ou les affirmations correctes ?

- A. La case A contient le chiffre 1 ;
- B. La case B contient le chiffre 4 ;
- C. La case C contient le chiffre 6 ;
- D. La case D contient le chiffre 3 ;
- E. La case E contient le chiffre 4.

La meilleure réponse est BCE

Exercice 35

Calculez le quotient et le reste dans la division euclidienne de 234219 par 137.

Cochez la ou les affirmations correctes parmi les suivantes :

- A. Le quotient est 17081 ;
- B. Le quotient est 1781 ;
- C. Le quotient est 179 ;
- D. Le reste est 86 ;
- E. Aucune des affirmations précédentes n'est correcte.

La meilleure réponse est D

Exercice 36

On a représenté 8 fois un **même** dé. Parmi ces huit représentations, deux sont fausses, les six autres sont correctes. (*Il s'agit d'un dé imaginaire dont les six faces sont marquées de 1 à 6 points.*)

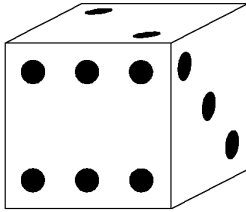


Figure 1

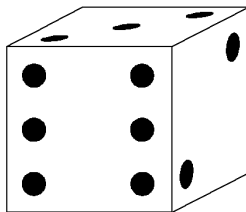


Figure 2

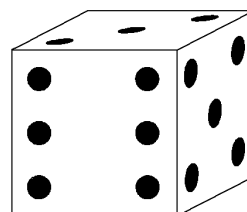


Figure 3

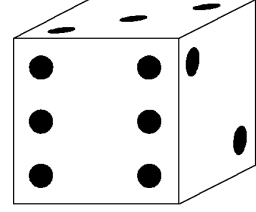


Figure 4

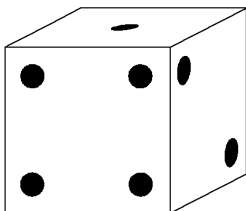


Figure 5

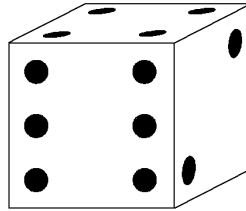


Figure 6

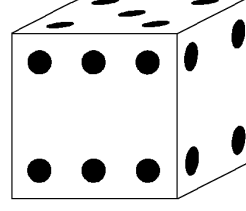


Figure 7

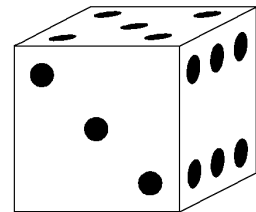


Figure 8

Parmi les affirmations suivantes, laquelle ou lesquelles sont vraies ?

- A. Il est possible de déterminer quelles figures sont fausses sans regarder les figures 5 à 8 ;
- B. Parmi les figures 2 et 4, l'une au moins est fausse ;
- C. La figure 4 est fausse ;
- D. Parmi les figures 1, 2 et 3, aucune n'est fausse ;
- E. Les faces portant respectivement six points et un point sont opposées sur le dé en question.

La meilleure réponse est ABCE

Exercice 37

Un polyèdre possède 32 faces : 20 hexagones réguliers et 12 pentagones réguliers. Ces faces sont disposées exactement comme sur un ballon de football, si ce n'est, bien sûr, que les faces du polyèdre sont planes.

On s'interroge sur le nombre de sommets et d'arêtes.



Parmi les affirmations suivantes, cochez celle ou celles qui sont vraies :

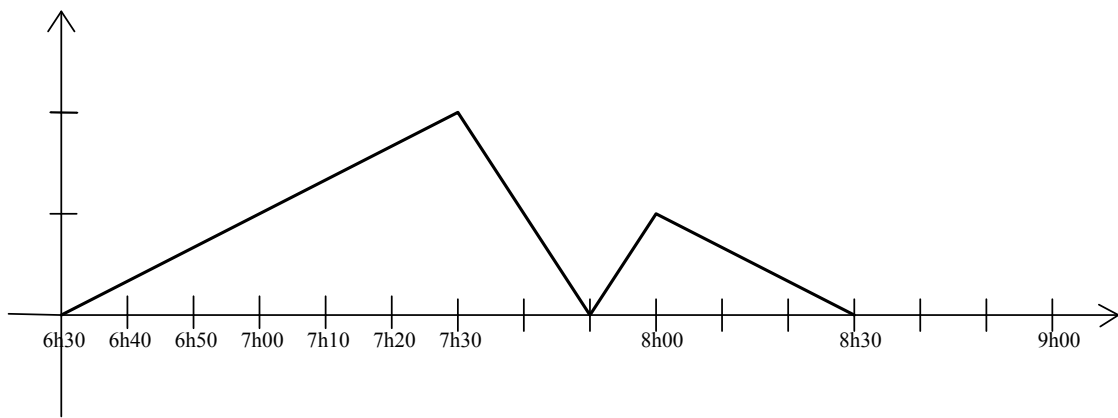
- A. Le nombre d'arêtes de ce polyèdre est 90 ;
- B. Le nombre d'arêtes de ce polyèdre est 180 ;
- C. Le nombre de sommets de ce polyèdre est 60 ;
- D. Le nombre de sommets de ce polyèdre est 120 ;
- E. Le nombre de sommets de ce polyèdre est 180.

La meilleure réponse est AC

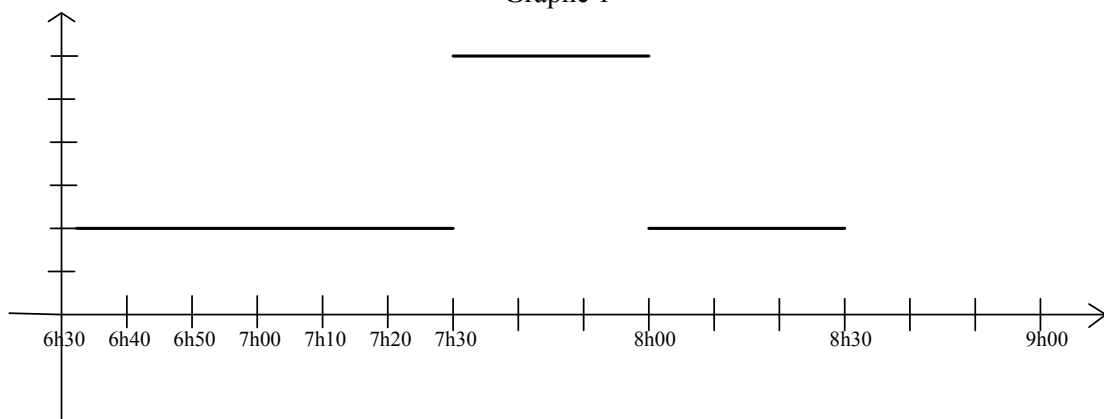
Exercice 38

Un cycliste qui habite sur une route rectiligne en très longue pente, décide de se promener sur cette route. Il démarre de chez lui à 6h30 et termine la promenade chez lui à 8h30. En montée il roule à vitesse constante, en descente également, mais plus rapidement. On considère que lorsqu'il fait demi-tour, cela se passe instantanément : ce n'est évidemment pas réaliste, mais cela simplifie la représentation de la situation. Voici 5 graphes qui représentent cette situation : ils représentent, **dans le désordre** :

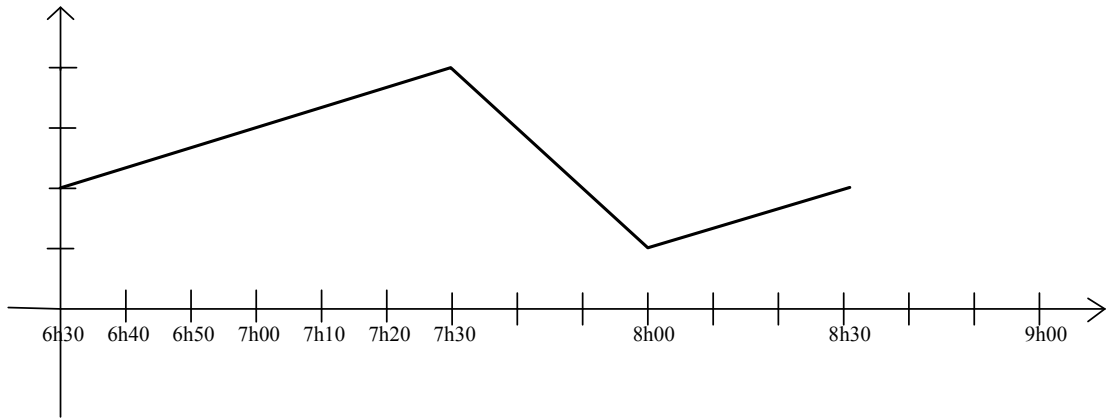
- l'altitude du cycliste en fonction du temps (entre 6h30 et 8h30) ;
- la distance parcourue par le cycliste en fonction du temps (entre 6h30 et 8h30) ;
- la distance entre le cycliste et son domicile en fonction du temps (entre 6h30 et 8h30) ;
- la distance entre le cycliste et le sommet de la montagne en fonction du temps (entre 6h30 et 8h30) ;
- la vitesse du cycliste en fonction du temps (entre 6h30 et 8h30).



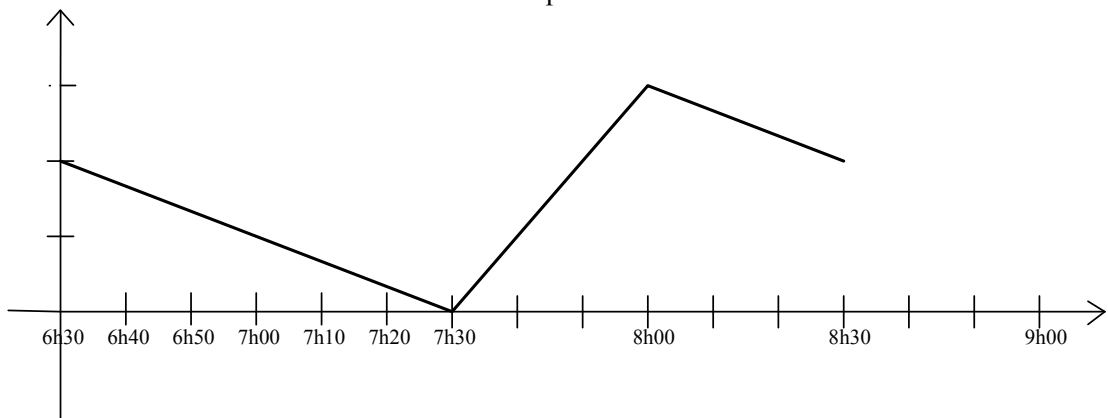
Graphe 1



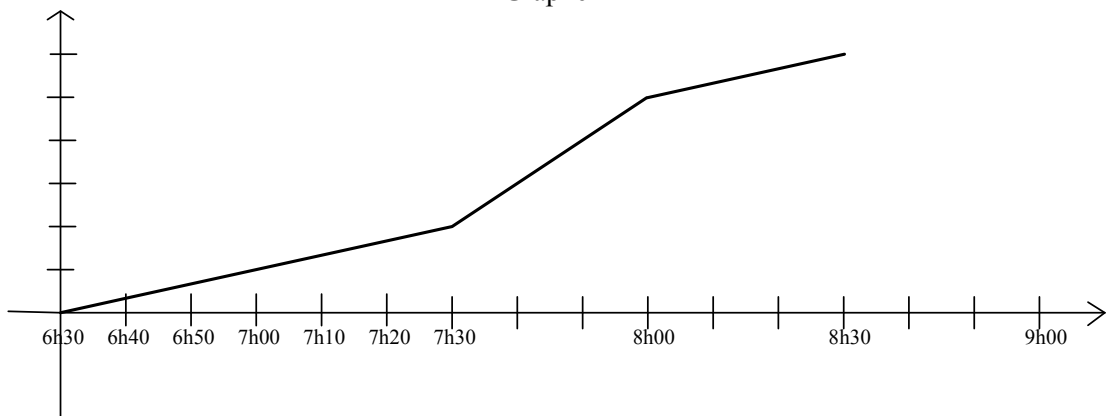
Graphe 2



Graphe 3



Graphe 4



Graphe 5

Parmi les affirmations suivantes, cochez celle ou celles qui sont vraies :

- A. Le graphe 1 représente **la distance entre le cycliste et son domicile** en fonction du temps ;
- B. Le graphe 2 représente **l'altitude du cycliste** en fonction du temps ;
- C. Le graphe 3 représente **la vitesse du cycliste** en fonction du temps ;
- D. Le graphe 4 représente **la distance entre le cycliste et le sommet de la montagne** en fonction du temps ;
- E. Le graphe 5 représente **la distance parcourue par le cycliste** en fonction du temps.

La meilleure réponse est ADE

Exercice 39

Quatre amies, Alice, Bénédicte, Corinne et Dany, décident de faire une course en cinq tours de piste. Personne d'autre ne participe à cette course.

Au départ, Corinne prend la tête et Alice est dernière. On ne précise volontairement rien en ce qui concerne Bénédicte et Dany.

Aucun dépassement autre que ceux indiqués ci-dessous n'a lieu pendant la course (on considère que lorsqu'on dépasse, on ne dépasse qu'une personne à la fois) :

Pendant le premier tour, Bénédicte parvient à dépasser deux de ses amies.

Pendant le deuxième tour, Alice dépasse une de ses amies.

Pendant le troisième tour, Corinne se fait dépasser successivement par deux de ses amies.

Pendant le quatrième tour, Dany dépasse une de ses amies, puis Alice se fait dépasser.

Pendant le cinquième tour, une des quatre amies se fait dépasser successivement par les trois autres.

Parmi les affirmations suivantes, laquelle ou lesquelles sont correctes ?

- A. C'est Bénédicte qui est troisième au départ ;
- B. C'est Dany qui gagne la course ;
- C. A la fin du troisième tour, c'est Corinne qui est en tête ;
- D. C'est Corinne qui termine à la dernière place ;
- E. Du fait qu'on ne précise pas dans quel ordre se placent Bénédicte et Dany au départ, il est impossible de déterminer si les affirmations A, B, C, D sont vraies ou fausses.

La meilleure réponse est AB

Exercice 40

Après le 1^{er} janvier 2002, alors que vous vous apprêtiez à vous rendre aux Etats-Unis, vous avez retrouvé sous votre matelas une vieille enveloppe contenant 3000 francs ; vous les avez échangés (sans frais) contre des euros à la Banque Nationale de France, et vous avez ensuite échangé ces euros contre des dollars ; ce jour-là un euro valait 1,3334 dollars, et on rappelle qu'un euro vaut 6,55957 francs, ou encore qu'un franc vaut approximativement 0,1524 euros.

On considérera naïvement que les institutions financières se contentent d'appliquer les taux de change et ne demandent pas de frais pour les conversions.

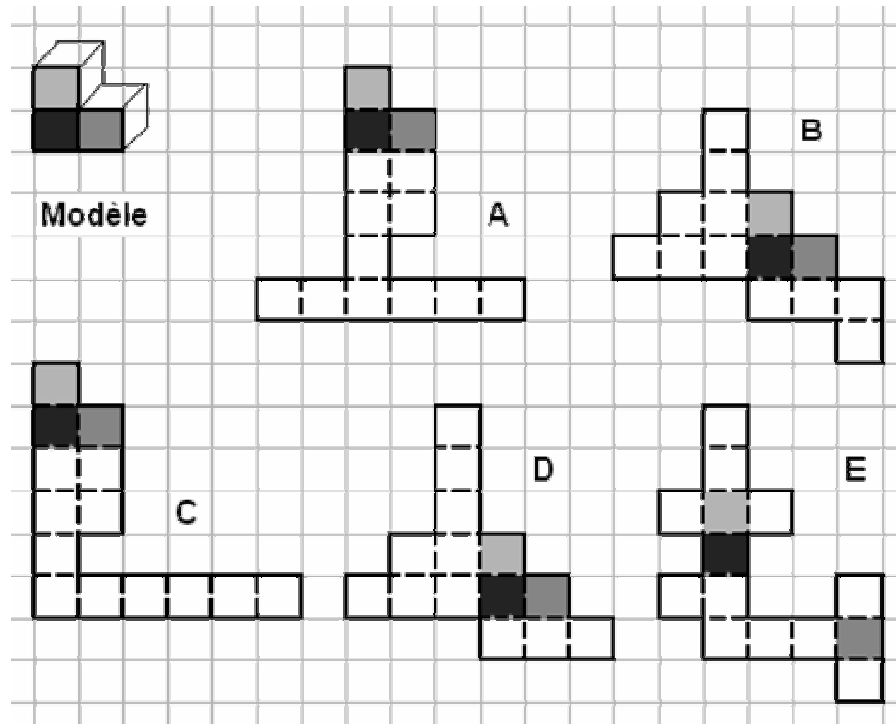
Combien de dollars avez-vous obtenus :

- A. entre 300 et 500 dollars ;
- B. entre 500 et 850 dollars ;
- C. entre 450 et 700 dollars ;
- D. entre 700 et 1000 dollars ;
- E. plus de 1000 dollars.

La meilleure réponse est BC

Exercice 41

On se propose de recouvrir un modèle qui est construit comme un assemblage de trois cubes formant un bloc en forme de « L » (voir le modèle représenté en perspective sur l'illustration)



Les figures géométriques A, B, C, D et E sont découpées dans du papier, et on se demande lesquelles permettent de recouvrir le modèle selon les règles suivantes :

- on découpe selon les segments (extérieurs) en trait plein, uniquement,
- on peut plier **uniquement** selon **des** segments (intérieurs) en trait pointillé (mais on n'est pas obligé de plier selon **tous** ces traits),
- chaque face du solide doit être couverte une et une seule fois,
- et les carrés grisés ou noircis sur les figures doivent correspondre aux carrés grisés ou noircis sur le modèle.

Parmi les affirmations suivantes, cochez celle ou celles qui sont vraies :

- A. La figure A permet de recouvrir entièrement le modèle ;
- B. La figure B permet de recouvrir entièrement le modèle ;
- C. La figure C permet de recouvrir entièrement le modèle ;
- D. La figure D permet de recouvrir entièrement le modèle ;
- E. La figure E permet de recouvrir entièrement le modèle.

La meilleure réponse est ADE

Exercice 42

On a une boîte en forme de parallélépipède rectangle et dont les dimensions sont 61 centimètres, 31 centimètres et 11 centimètres.

Dans cette boîte, on veut placer pour un déménagement des bandes dessinées, toutes identiques, en forme de parallélépipède rectangle et dont les dimensions sont

- une longueur de 20 centimètres,
- une largeur de 10 centimètres et
- une épaisseur de 1 centimètre.

On s'autorise à placer les bandes dessinées dans n'importe quelle orientation, pour autant que leurs côtés soient parallèles aux côtés de la boîte. Bien évidemment, on considère que les boîtes sont indéformables, et que les bandes dessinées ne peuvent ni dépasser, ni être déformées, déchirées, découpées, ouvertes, ...

Cochez la ou les affirmations correctes :

- A. On peut placer au moins 99 bandes dessinées dans la boîte ;
- B. On peut placer 103 bandes dessinées dans la boîte ;
- C. On peut placer 104 bandes dessinées dans la boîte ;
- D. On peut placer 104,005 bandes dessinées dans la boîte ;
- E. Dans une boîte dont les dimensions sont 61 centimètres, 62 centimètres, 11 centimètres, on peut mettre exactement deux fois plus de bandes dessinées (et pas plus) que dans la boîte de départ.

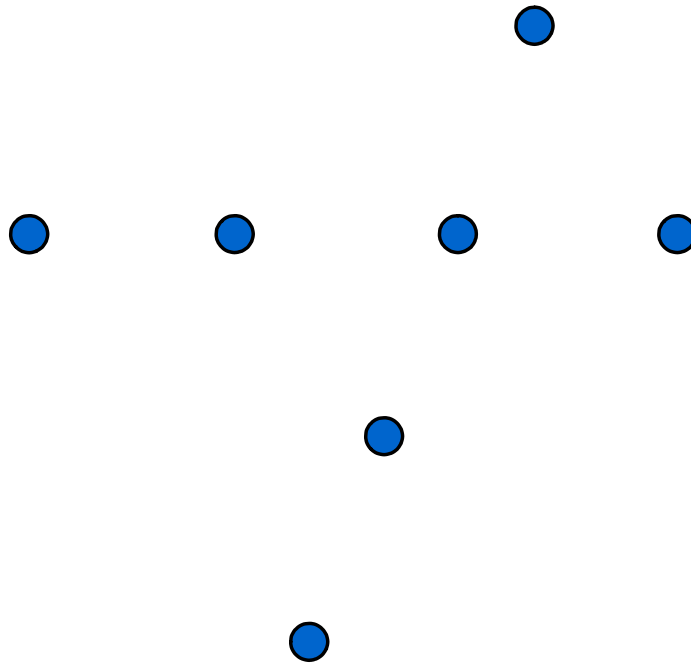
La meilleure réponse est AB



Exercice 43

Quand 4 arbres sont alignés, nous disons que l'on a une rangée de 4 arbres.

Sur la figure suivante, on a deux rangées de 4 arbres :



On décide de ne jamais planter 5 arbres alignés.

Parmi les affirmations suivantes, cochez celle ou celles qui sont vraies :

- A. Il est possible d'avoir 3 rangées de 4 arbres avec seulement 8 arbres ;
- B. Il est possible d'avoir 3 rangées de 4 arbres avec seulement 9 arbres ;
- C. Il est impossible d'avoir 4 rangées de 4 arbres avec 9 arbres ;
- D. Il est possible d'avoir 4 rangées de 4 arbres avec 10 arbres ;
- E. En plantant les arbres sur les diagonales d'un pentagone, il est possible d'avoir 5 rangées de 4 arbres avec 10 arbres (les diagonales d'un pentagone sont les segments reliant deux sommets non consécutifs de ce pentagone).

La meilleure réponse est BCDE

Contexte commun aux exercices 44 et 45

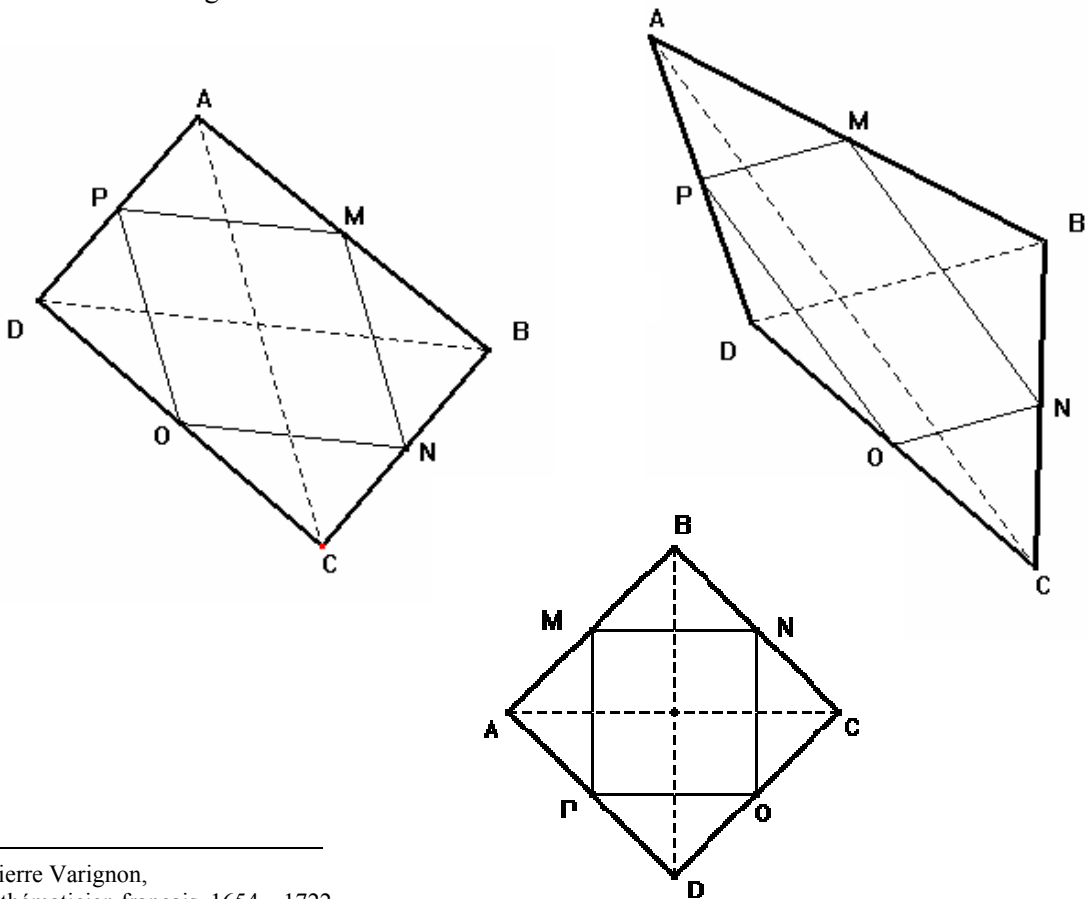
On admettra le résultat suivant, connu sous le nom de Théorème de Varignon¹ :

Dans tout quadrilatère, le quadrilatère obtenu en reliant les milieux des côtés consécutifs est un parallélogramme (lequel peut, éventuellement, être un rectangle, un losange ou même un carré). De plus, les côtés de ce parallélogramme sont parallèles aux diagonales du quadrilatère de départ, et en mesurent la moitié. On appelle ce parallélogramme « quadrilatère de Varignon » du quadrilatère de départ.

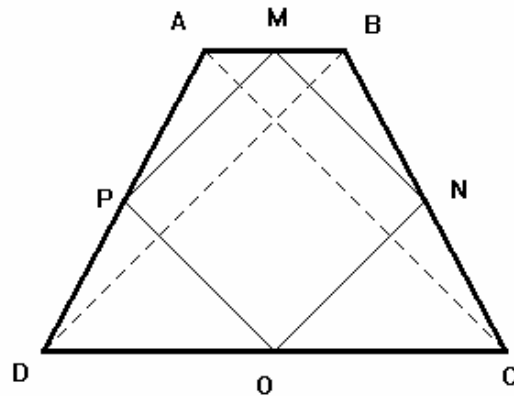
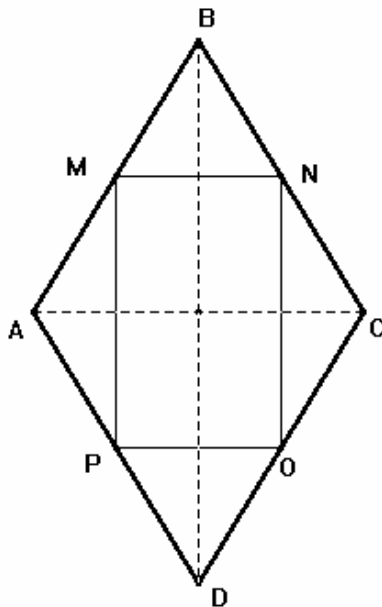
Plus précisément : quel que soit le quadrilatère $ABCD$, si M est le milieu du segment $[AB]$, N celui de $[BC]$, O celui de $[CD]$ et P celui de $[DA]$, alors le quadrilatère $MNOP$, qu'on appelle aussi « quadrilatère de Varignon du quadrilatère $ABCD$ », est un parallélogramme (donc éventuellement un rectangle, un losange, un carré) ; de plus, les segments $[MP]$ et $[NO]$ sont parallèles à la diagonale $[BD]$ et en mesurent la moitié, et de même les segments $[MN]$ et $[OP]$ sont parallèles à la diagonale $[AC]$ et en mesurent la moitié.

On rappelle également qu'un quadrilatère est un parallélogramme si et seulement si ses diagonales se coupent en leur milieu.

Voici quelques exemples de quadrilatères, accompagnés de leurs diagonales et de leur quadrilatère de Varignon.



¹ Pierre Varignon, mathématicien français, 1654 – 1722.



Exercice 44

Parmi les affirmations suivantes, laquelle ou lesquelles sont correctes ?

- A. Le quadrilatère de Varignon de tout losange est un rectangle ;
- B. Le quadrilatère de Varignon de tout trapèze est un carré ;
- C. Il existe des quadrilatères qui ne sont pas des carrés, et qui ont pour quadrilatère de Varignon un carré ;
- D. Tout quadrilatère dont le quadrilatère de Varignon est un carré, est lui-même un carré ;
- E. Le quadrilatère de Varignon de tout rectangle est un rectangle.

La meilleure réponse est AC

Exercice 45

Parmi les affirmations suivantes, laquelle ou lesquelles sont correctes ?

La meilleure réponse est AB

- A. Les segments joignant les milieux des côtés opposés de tout quadrilatère, se coupent en leur milieu ;
- B. Pour que le quadrilatère de Varignon d'un quadrilatère $ABCD$ soit un rectangle, il faut et il suffit que les diagonales du quadrilatère $ABCD$ soient perpendiculaires entre elles ;
- C. Si deux côtés opposés d'un quadrilatère ont la même longueur, alors son quadrilatère de Varignon est un carré ;
- D. Pour que le quadrilatère de Varignon d'un quadrilatère $ABCD$ soit un losange, il faut et il suffit que les angles du quadrilatère $ABCD$ soient tous égaux ;
- E. Il existe des quadrilatères dont les diagonales sont perpendiculaires entre elles, et dont le quadrilatère de Varignon est un losange dont deux angles mesurent 30 degrés et deux autres mesurent 45 degrés.