BASSE-NORMANDIE

Institut Universitaire de Formation des Maîtres de Basse-Normandie

Admission en 1ère année du PROFESSORAT DES ÉCOLES

Contrôle de connaissances

MATHÉMATIQUES
Session 2005

Nota bene :
Les calculatrices ne sont pas autorisées.
Certaines questions qui composent ce questionnaire peuvent avoir de 0 à 5 réponses exactes ; cependant ces questions sont formulées au pluriel a priori ; pour autant, il se peut qu'il n'y ait pas plusieurs réponses exactes, c'est-à-dire qu'il n'y ait qu'une seule réponse exacte, voire qu'il n'y en ait aucune.

Ce document comporte 13 pages, numérotées de 1/13 à 13/13.

NUMÉRATION

N.I

La moyenne arithmétique des nombres 3 et 4 est $\frac{7}{2}$. Celle des nombres 2 et $\frac{8}{3}$ est $\frac{7}{3}$.

Parmi les calculs proposés ci-dessous, lesquels fournissent la moyenne arithmétique des quatre nombres 2, 3, 4 et $\frac{8}{3}$?

A $\frac{1}{4}\left(\frac{7}{2} + \frac{7}{3}\right)$

B $35 : 12$

C $\frac{1}{2}\left(2 + 3 + 4 + \frac{8}{3}\right)$

D $0{,}25 \times \frac{35}{3}$

E $3 - \frac{1}{12}$

N.II

Quels sont, parmi les nombres proposés ci-dessous, ceux qui sont strictement supérieurs à 200,5 et dont le chiffre des dixièmes est égal à 6 ?

A	B	C	D	E
2005×10^{-1}	200,64	160	199,64	$\frac{803}{4}$

N.III

Quelles sont, parmi les affirmations ci-dessous, celles qui sont vraies à propos du nombre 123,456709 ?

A Le nombre des dizaines de ce nombre est 2.

B Cette écriture de ce nombre comporte tous les chiffres de la numération décimale.

C Le nombre des dixièmes de ce nombre est 12.

D Le chiffre des millièmes de ce nombre est 456.

E Le nombre des dixièmes de ce nombre est 4.

N.IV

Parmi les affirmations ci-dessous, lesquelles sont vraies ?

A $\frac{100}{11} < 9{,}1$

B $\frac{100}{11} > 9{,}9$

C $\frac{100}{11} = 9{,}09$

D $\frac{100}{11} = 9 + \frac{1}{11}$ et $9 \quad \frac{1}{11} > 9{,}09$

E *9,09090 est une valeur approchée par défaut à un millionième près de* $\frac{100}{11}$.

N.V

Parmi les affirmations ci-dessous, à propos de l'écriture chiffrée du nombre ***deux cents milliards cinq cent vingt millions cinquante-deux mille cinq****, lesquelles sont vraies ?*

A *Il y a deux fois plus de chiffres 5 que de chiffres 2.*

B *Le nombre de chiffres 0 est 3.*

C *Le nombre de chiffres 0 est double du nombre de chiffres 5.*

D *Le nombre de chiffres 0 est 6.*

E *Ce nombre s'écrit aussi* $2005 \times (10^8 + 10^4 + 1)$.

N.VI

Parmi les nombres proposés ci-dessous, quels sont ceux qui expriment exactement la durée en secondes d'un mois d'avril ?

A	B	C	D	E
2,6 millions	$31\,104 \times 10^3$	43 200	$1{,}08000 \times 10^5$	$2{,}592 \times 10^6$

OPÉRATIONS

O.I

*Quels sont, parmi les nombres proposés ci-dessous, ceux exprimant le produit de **1,12** par **1,04** ?*

A	B	C	D	E
1,568	1,48	1,1648	10,48 x 10	11,648 x10

O.II

Le carré d'un nombre x est 0,4. Quelles sont, parmi les affirmations proposées ci-dessous, celles qui sont vraies ?

- **A** *Ce nombre est égal à 2 x 0,1.*
- **B** *Ce nombre est proche de 0,02 à un centième prés.*
- **C** *Ce nombre est égal à deux dixièmes.*
- **D** *Ce nombre est égal à 2 x 0,01.*
- **E** *Ce nombre est proche de 0,63 à un centième près.*

O.III

*Quels sont, parmi les nombres proposés ci-dessous, ceux exprimant le diviseur de **0,4** lorsqu'on obtient un quotient égal à **0,8** ?*

A	B	C	D	E
0,2	$\frac{4}{2}$	$\frac{3}{6}$	2	0,50

O.IV

Un commerçant augmente ses prix de 10%.
Parmi les nombres proposés ci-dessous, quels sont ceux qui valent 10% de 1 000 ?

A	B	C	D	E
1 010	1 100	900	10^2	10

O.V

Quelles sont, parmi les égalités suivantes, celles qui sont vraies ?

A

$$\frac{2}{3} + \frac{2}{3} = \frac{4}{6}$$

B

$$\frac{5}{20} \times \frac{8}{2} = \frac{160}{10}$$

C

$$\frac{\frac{3}{4}}{\frac{3}{4}} = \frac{16}{9}$$

D

$$12 \times \frac{2}{3} = \frac{24}{36}$$

E

$$\frac{10}{20} - \frac{5}{10} = \frac{5}{10}$$

O.VI

x et y désignent deux entiers relatifs.

Si $xy = 18$ et $2x + 2y = xy$, lesquelles, parmi les affirmations ci-dessus, sont vraies ?

A	B	C	D	E
$x = 9$ et $y = 2$	$x = 6$ et $y = 3$	$x = 3$ et $y = 3$	$x = 2$ et $y = 9$	$x = 3$ et $y = 6$

MESURES

M.I

*Une voiture a consommé **56 litres** en ayant roulé pendant **7 heures**.*

*Quels nombres, parmi ceux proposés ci-dessous, mesurent sa consommation moyenne en **dm^3** pour une durée de **15 mn** ?*

A	B	C	D	E
10	0,8	2	0,2	8

M.$_{II}$

Soient les trois corps solides suivants : un cube de côté 9 cm, une sphère de diamètre 9 cm et un cylindre droit de diamètre 9 cm et de hauteur 9 cm.
Quelles sont, parmi les affirmations suivantes, celles qui sont vraies ?
De quel(s) pourcentage(s) son aire augmente-t-elle ?

- **A** *Le cube a un volume égal à celui de la sphère et la sphère a un volume plus grand que celui du cylindre.*
- **B** *Le cube a un volume plus petit que celui de la sphère mais plus grand que celui du cylindre.*
- **C** *La sphère a un volume plus petit que celui du cube mais plus grand que celui du cylindre.*
- **D** *La sphère a un volume différent de celui du cube mais égal à celui du cylindre.*
- **E** *Le cylindre a un volume plus petit que celui du cube et la sphère a un volume plus petit que celui du cylindre.*

M.$_{III}$

On augmente un nombre donné quelconque, m, de 10%, puis on diminue le résultat obtenu de 10%, ce qui donne un résultat final n. Parmi les affirmations ci-dessous, lesquelles sont vraies ?

- **A** *Le résultat final n est le même que le nombre m, donné au départ.*
- **B** *Le résultat final n est strictement plus grand que le nombre m, donné au départ.*
- **C** *Le résultat final n est le même que celui que l'on obtiendrait en diminuant de 10% le nombre m, donné au départ, puis en augmentant le résultat obtenu de 10%.*
- **D** *Le résultat final n n'est pas plus grand que le nombre m, donné au départ.*
- **E** *Le résultat final n est strictement plus petit que le nombre m, donné au départ.*

M.IV

Une horloge à aiguilles tourne dans le sens classiquement appelé "sens des aiguilles d'une montre" et la petite aiguille parcourt l'intervalle compris entre deux heures consécutives proprtionnellement à la fraction d'heure écoulée. À trois heures et trente minutes, ces aiguilles forment entre elles un angle dont la mesure peut être donnée en degrés ou en radians.
Parmi les valeurs proposées ci-dessous, lesquelles sont une mesure de cet angle ?

A	B	C	D	E
95°	$\frac{\pi}{2}$ radians	$\frac{5\pi}{12}$ radians	80°	75°

M.V

Un carré de 20 centimètres (cm) de côté est agrandi pour devenir un carré de côté trois fois plus long. Parmi les nombres ci-dessous, quels sont ceux qui donnent la mesure en millimètres carrés (mm^2) de l'aire du carré agrandi ?

A	B	C	D	E
12 000	120 000	360 000	36 000	$3,6 \times 10^5$

M.VI

Une machine industrielle qui fonctionne jour et nuit sans arrêt, a consommé, entre le 10 décembre 2002 inclus et le 19 mars 2003 inclus, le contenu de cinq citernes de gas-oil, contenant chacune 2 200 litres. Parmi les nombres ci-dessous, quels sont ceux qui expriment en mètres cubes (m3) la consommation journalière moyenne de gas-oil ?

A	B	C	D	E
$1,1 \times 10^{-1}$	2,2	110	0,011	0,11

GÉOMÉTRIE

$G._{I}$

Dans une figure composée d'un pentagone convexe régulier et d'un cercle qui lui est inscrit, c'est-à-dire tel que les cinq côtés du pentagone lui sont tangents, combien y a-t-il d'axes de symétrie orthogonale ?

A	**B**	**C**	**D**	**E**
2	4	5	10	une infinité

$G._{II}$

On pose une échelle, représentée par le segment [AB] contre un mur, représenté par une demi-droite [Cy) d'origine C, qui tombe à angles droits sur le sol représenté par la demi-droite [Cx) d'origine C ; B est le pied de l'échelle, situé sur [Cx) et A est son sommet, situé sur [Cy). Soit O le milieu de [AB]. On suppose que le pied B peut glisser sur le sol en s'éloignant ou en se rapprochant du pied du mur, C, tandis que A se déplace sur [Cx).
Parmi les affirmations ci-dessous concernant la trajectoire de O lorsque B se déplace sur [Cx), l'échelle restant appuyée au mur [Cy), lesquelles sont vraies ?

A La trajectoire de O est un segment de la verticale passant par le milieu I du segment [CB] lorsque B amorce son mouvement.

B La trajectoire de O est le segment [OB] que l'on a tracé avant que B n'ait débuté son mouvement.

C La trajectoire de O est un arc de cercle de centre I, milieu du segment [CB] et de rayon IO, I et O étant dans la position initiale, avant que B n'amorce son mouvement.

D La trajectoire de O est un arc de cercle de centre C et de rayon CO.

E La trajectoire de O est un segment de droite qui n'est pas à plomb mais incliné sur [Cx).

G.III

Voici un programme de construction d'une figure géométrique :

Tracer un cercle de diamètre donné [AB] et de centre O.

Tracer un deuxième diamètre, [CD] de ce cercle, distinct de [AB].

Relier le point A au point B, le point B au point C, le point C au point D et le point D au point A.

On obtient une figure plane fermée : ABCD.

Parmi les qualifications ci-dessous, lesquelles peuvent s'appliquer à cette figure ?

- **A** *Cette figure est un losange.*
- **B** *Cette figure est un quadrilatère non convexe.*
- **C** *Cette figure est un rectangle.*
- **D** *Cette figure est un parallélogramme.*
- **E** *Cette figure est un quadrilatère convexe.*

G.IV

Parmi tous les "vrais" triangles, c'est-à-dire des triangles dont deux quelconques des sommets ne sont pas confondus et dont les trois sommets ne sont pas alignés, il en est qui ont des côtés dont les mesures s'expriment en nombres entiers non nuls pour une unité de mesure préalablement définie. Parmi ces triangles dits "en nombres entiers", il en est certains dont le périmètre vaut douze de ces unités.
Combien peut-on construire au maximum de tels triangles non isométriques, c'est-à-dire tels qu'ils ne soient pas superposables par glissement ou après retournement ?

A	**B**	**C**	**D**	**E**
1	2	3	4	5

G.V

Le contexte est le même que celui de l'exercice G-IV qui précède et on suppose que l'on a construit tous les triangles "en nombres entiers", non isométriques, et qui ont 12 pour périmètre.

Parmi les affirmations ci-dessous, lesquelles sont vraies ?

- **A** *Il n'y a pas de triangle rectangle parmi ces triangles.*
- **B** *Il n'y a au moins un triangle isocèle parmi ces triangles.*
- **C** *Il y a exactement un triangle équilatéral parmi ces triangles.*
- **D** *Il y a exactement deux triangles rectangles parmi ces triangles.*
- **E** *Il y a exactement quatre triangles isocèles parmi ces triangles.*

G.$_{VI}$

Soit ABCD un rectangle. L'un de ses côtés, [AD], mesure 6 centimètres et l'une de ses diagonales, [BD], mesure 12 centimètres.
Parmi les affirmations ci-dessous, lesquelles sont vraies ?

A *La droite (BD) est un axe de symétrie orthogonale du rectangle.*
B *L'angle $\widehat{BDA}$ (de sommet D) a une mesure de 60°.*
C *Le côté [AB] mesure 8,5 centimètres.*
D *La droite (DB) est une bissectrice de l'angle $\widehat{ADC}$ (de sommet D).*
E *Le périmètre du rectangle vaut 29 centimètres.*

RELATIONS FONCTIONNELLES

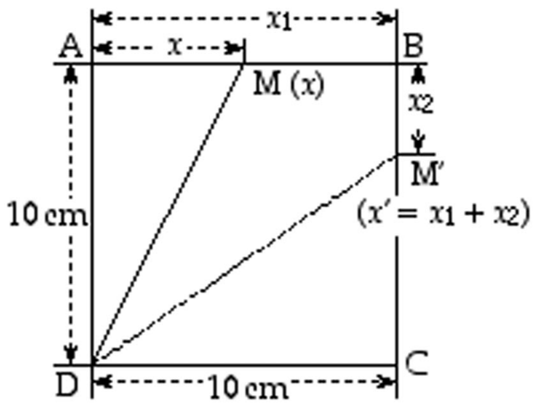
RF.$_{I}$

Un automobiliste, nommé A, part de Paris à sept heures du matin et roule à une vitesse constante de quatre-vingt-dix kilomètres à l'heure (90 km/h) pour se rendre à Melun. Un autre automobiliste, nommé B, part de Melun à huit heures du matin et roule à une vitesse constante de cent-vingt kilomètres à l'heure (120 km/h) pour rallier Paris. La distance de Paris à Melun est de trois cent soixante kilomètres (360 km).
Parmi les affirmations ci-dessous, lesquelles sont vraies ?

A *L'automobiliste B arrive à sa destination une heure avant que l'automobiliste A n'arrive à la sienne.*
B *Les deux automobilistes arrivent à leurs destinations simultanément.*
C *Les deux automobilistes se croisent à onze heures et quinze minutes (11h15mn) du matin.*
D *L'automobiliste A arrive à sa destination un quart d'heure avant que l'automobiliste B n'arrive à la sienne.*
E *À huit heures et trente minutes (8h30mn) du matin, l'automobiliste A a parcouru quarante-cinq (45 km) de plus que n'en a parcourus l'automobiliste B à cette même heure.*

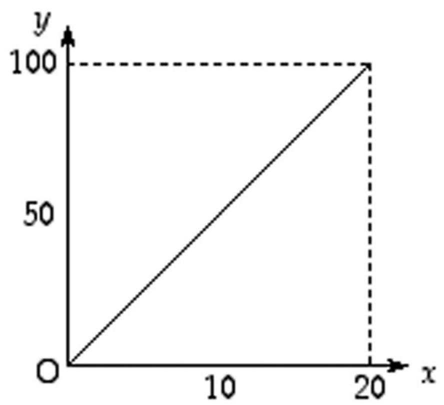
RF.$_{II}$

Soit un carré ABCD dont les côtés mesurent dix centimètres (10 cm). Un point M circule de A à B sur le côté [AB], puis de B à C sur le côté [BC] (par exemple en passant par M′ sur la figure jointe). On note x la distance en centimètres que ce point a parcouru depuis le point A. On note f(x) l'aire en centimètres carrés (cm²) du triangle ADM lorsque M circule de A à B, puis du quadrilatère ABMD lorsque M a dépassé B et circule de B à C : cette aire est calculée en fonction de la distance x définie précédemment. On représente cette fonction f sur l'intervalle [0, 20], l'axe Ox étant muni d'une unité représentant un centimètre, et l'axe Oy étant muni d'une unité représentant un centimètre carré.

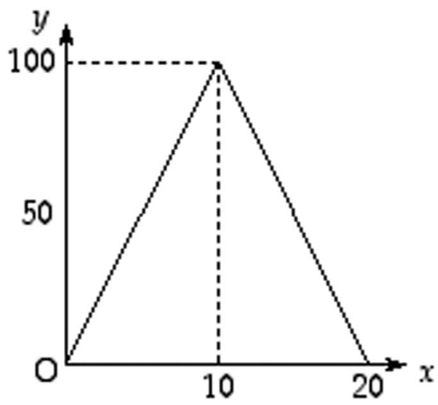


Parmi les graphiques ci-dessous, quel est celui qui représente la fonction f lorsque x varie dans l'intervalle [0, 20] ?

A

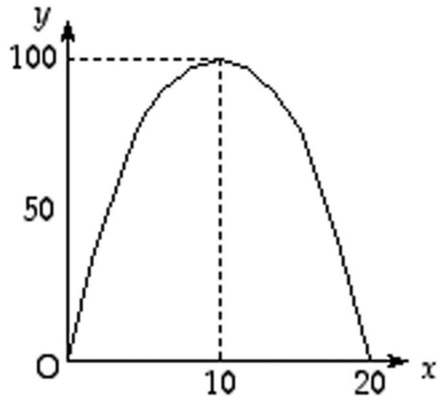


B

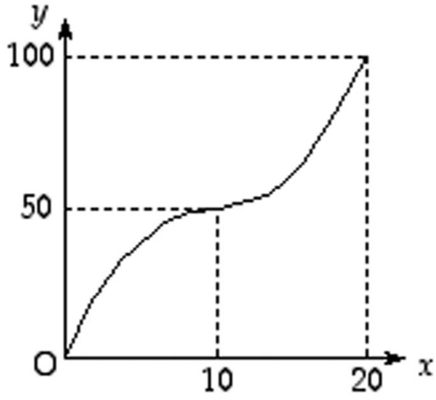


…/…

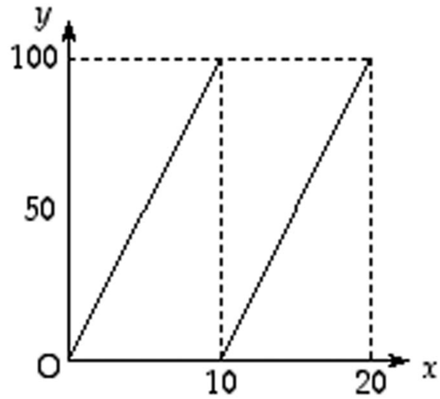
C



D



E



RF.$_{III}$

On demande à monsieur Adivino de penser à un nombre négatif sans le dévoiler, de le multiplier par quatre, d'ajouter vingt au produit obtenu, de diviser la somme obtenue par deux et enfin de soustraire au quotient de cette division le double du nombre auquel il avait initialement pensé, sans dévoiler les résultats de ces opérations. Il nous dit seulement qu'il a obtenu dix comme résultat final.
Quans on a mené le jeu ou qu'on y a assisté, que doit-on nécessairement répondre à la question : Quel est le nombre auquel monsieur Adivino a pensé ?

A	**B**	**C**	**D**	**E**
-2	*-10*	*-6*	*Je ne peux le savoir*	*-1*

RF.$_{IV}$

Le prix de vente en euros d'un vêtement a été réduit de 10%. Après cette première réduction, son nouveau prix de vente a été réduit une seconde fois de 10%. Son prix de vente est alors de 89 euros et dix centimes d'euros.
Quel était son prix de vente à l'origine, avant les deux réductions ?

A	**B**	**C**	**D**	**E**
107,81 euros	*106,92 euros*	*100 euros*	*110 euros*	*101 euros*

RF.$_{V}$

Douze machines identiques fabriquent chacune la même quantité de rondelles métalliques par heure. Au bout de six heures, elles ont produit une certaine quantité totale de ces rondelles.
Parmi les durées ci-dessous, lesquelles expriment le temps que mettraient dix de ces machines pour fabriquer la même quantité totale de rondelles ?

A	**B**	**C**	**D**	**E**
8h15mn	*7h12mn*	*6h45mn*	*5h*	*7h20mn*

RF.$_{VI}$

On dispose de deux boîtes noires, de trois boîtes blanches et de onze billes. Lorsqu'il s'agit de répartir les billes dans les boîtes de façon qu'il y ait un même nombre non nul de billes dans les boîtes noires et un même nombre non nul de billes, dans les boîtes blanches – ce nombre étant égal au premier ou différent de lui –, on trouve deux répartitions possibles : une bille dans les boîtes noires et trois dans les boîtes blanches, ou bien quatre dans les noires et une dans les blanches.
Quel est le nombre de répartitions possibles de ce type dans le cas où on aurait vingt-deux billes à répartir dans les mêmes boîtes ?

A	**B**	**C**	**D**	**E**
4	*0*	*1*	*2*	*3*