



*Institut Universitaire de  
Formation des Maîtres de  
Basse-Normandie*

*Admission en 1<sup>ère</sup> année  
du  
PROFESSORAT DES ÉCOLES*

*Contrôle de connaissances*

*MATHÉMATIQUES*

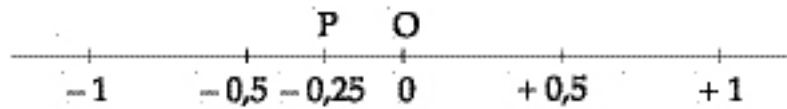
*Session 2004*

*Nota bene : Les calculatrices sont interdites.*

*Ce document comporte 17 pages, numérotées de 1/17 à 17/17.*

N.I

Voici une partie d'un axe gradué où  $O$  est l'origine, repérée par l'abscisse  $0$ .  $P$  est repéré par le nombre négatif  $-\frac{1}{4}$ .  $Q$  est le milieu de  $[P, O]$ .



Parmi les nombres suivants, par lequel, ou par lesquels,  $Q$  est-il repéré ?

A	B	C	D	E
$-\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{8}$	$-0,5$	$-0,125$

N.II

Quels sont, parmi les nombres ci-dessous, ceux qui sont strictement inférieurs à **62,75** ou bien dont le chiffre des dizaines est égal à 6, mais qui n'ont pas les deux propriétés simultanément ?

A	B	C	D	E
$\frac{251}{4}$	61,75	52,75	$\frac{125}{2}$	$63 + \frac{1}{4}$

N.III

Quelle est, ou quelles sont, l'affirmation, ou les affirmations, vraie(s) parmi les cinq qui suivent et qui sont énoncées à propos du nombre **28 200 032,0123** ?

- A le chiffre des dix millièmes est égal au chiffre des dizaines.
- B le nombre entier des dizaines est 3.
- C le nombre entier des dixièmes est deux cent quatre vingt deux millions, trois cent vingt.
- D le chiffre des milliers est 0.
- E la partie décimale est 123.

N.IV

Quelle est, ou quelles sont, l'affirmation, ou les affirmations, vraie(s) parmi les cinq qui suivent et qui sont énoncées à propos du nombre décimal **0,142857** ?

**A**  $\frac{1}{7} = 0,142857$

**B**  $\frac{1}{7} < 0,142857$

**C**  $\frac{22}{7} = 3 + \frac{1}{7}$  et  $3 + \frac{1}{7} > 3 + 0,142857$

**D**  $\frac{1}{7} < 0,142857 + 0,000001$

**E** 0,142857 est une valeur approchée par excès à un millionième près de  $\frac{1}{7}$ .

N.V

Le nombre **28 200 032,0123** peut s'écrire de différentes façons. Quelle est, ou quelles sont, parmi les suivantes, l'écriture, ou les écritures, qui le représente(nt) ?

**A**  $2,820\ 003\ 201\ 23 \times 10^7$

**B**  $282\ 000\ 320\ 123 \times 10^4$

**C**  $28,200\ 302\ 012\ 3 \times 10^6$

**D**  $282\ 000,320\ 123 \times 10^{-2}$

**E**  $282\ 000\ 320\ 123 \times 10^{-4}$

N.VI

Combien y a-t-il de chiffres 0 dans l'écriture chiffrée usuelle du nombre "**trois mille milliards deux mille quatre**" ?

**A**

7

**B**

8

**C**

9

**D**

10

**E**

11

## OPÉRATIONS

O.I

Quel est, ou quels sont, parmi les couples de nombres qui suivent, celui, ou ceux dont le produit est  $\frac{7}{25}$  ?

**A**

0,4 et 0,7

**B** $\frac{4}{100}$  et  $\frac{7}{100}$ **C**4 et  $\frac{7}{100}$ **D**

7 et 0,04

**E** $\frac{1}{5}$  et 0,14

O.ii

Si Freddy franchit un pont neuf qui mesure 233 kilomètres de long, en marchant à la vitesse constante de 2 kilomètres à l'heure, combien de secondes mettra-t-il à le faire-?

- A**  $420 \times 10^3$  à un millier près
- B** moins de  $4 \times 10^5$
- C** 466 secondes
- D** 419 400 secondes
- E** Plus d'un million

O.iii

Par quel nombre faut-il diviser **quatre augmenté d'un quart d'unité** pour obtenir **trois quarts** ?

- |                |                |                |               |          |
|----------------|----------------|----------------|---------------|----------|
| <b>A</b>       | <b>B</b>       | <b>C</b>       | <b>D</b>      | <b>E</b> |
| $\frac{3}{17}$ | $\frac{17}{4}$ | $\frac{17}{3}$ | $\frac{5}{3}$ | 5,66     |

O.iv

Parmi les nombres suivants, quelle est, ou quelles sont, la ou le(s) représentation(s) du résultat de la division de **625** par **0,25** ?

- |          |                    |          |          |          |
|----------|--------------------|----------|----------|----------|
| <b>A</b> | <b>B</b>           | <b>C</b> | <b>D</b> | <b>E</b> |
| 25       | $0,25 \times 10^4$ | 156,25   | 125      | 2500     |

O.v

Quelles sont, parmi les égalités suivantes, celles qui sont vraies ?

- |   |   |   |
|---|---|---|
| <b>A</b>                                  | <b>B</b>  | <b>C</b>  |
| $\frac{2}{3} + \frac{3}{4} = \frac{5}{7}$ | $\frac{18}{5} \times \frac{20}{3} = \frac{48}{2}$ | $\frac{\frac{3}{4}}{\frac{17}{14}} = \frac{34}{21}$ |
| <b>D</b>                                  | <b>E</b>  |   |
| $\frac{\frac{9}{6}}{\frac{3}{2}} = 3$     | $16 \times \frac{4}{25} = \frac{256}{100}$        |   |

O.vi

$x$  et  $y$  désignent deux entiers. Si  $5x - 4y = 8$  et  $y = -2$ , alors  $7x - 7y$  est égal à :

A	B	C	D	E
14	0	49	8,4	- 21

## MESURES

M.i

Un parallélépipède rectangle a des arêtes dont les mesures en centimètres sont des entiers strictement supérieurs à 1. Il a deux faces parallèles ayant chacune une aire de  $35 \text{ cm}^2$ . Il a deux autres faces parallèles ayant chacune une aire de  $55 \text{ cm}^2$ .

Parmi les mesures suivantes, laquelle, ou lesquelles, exprime(nt) le volume de ce parallélépipède rectangle ?

A	B	C	D	E
$334 \text{ cm}^2$	$385 \text{ cm}^3$	$1925 \text{ cm}^3$	$0,385 \text{ dm}^3$	$3,85 \text{ m}^3$

M.ii

On augmente le rayon d'un cercle de 20 %.

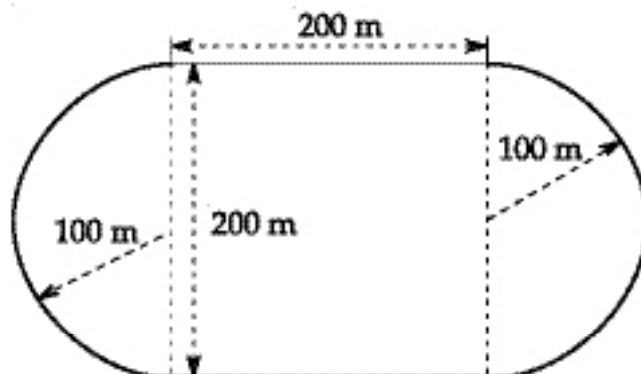
De quel(s) pourcentage(s) son aire augmente-t-elle ?

A	B	C	D	E
4%	40%	44%	20%	400%

M.iii

La piste d'un hippodrome enferme une figure formée d'un carré, flanqué sur deux côtés parallèles de deux demi-disques (cf. la figure jointe, schématique et réduite).

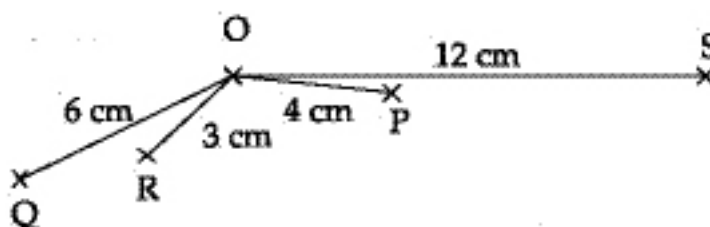
Si la longueur du côté du carré est de 200 mètres, quelle est l'aire exacte de cette surface, aire exprimée en mètres carrés ( $\text{m}^2$ ) ?



.../...

A	B	C	D	E
71416	$10000(4+\pi)$	$50000\pi$	$40000(1+\pi)$	$\frac{500000}{7}$

Les villes de Paris (P), Quimper (Q), Rennes (R) et Strasbourg (S) sont à des distances kilométriques de Caen (O), représentées sur une carte schématique au six millionième ( $\frac{1}{6\,000\,000}$ ), par des segments de droite cotés en centimètres (respectivement : 4-cm, 6 cm, 3 cm, 12 cm). La figure jointe est une représentation réduite de cette carte. Une automobile consomme 10 litres aux 100 kilomètres et n'a plus que 60 litres dans son réservoir.



M.IV

Parmi les réponses qui suivent, laquelle, ou lesquelles, donne(nt) toutes les villes qu'un automobiliste partant de Caen et conduisant cette voiture peut atteindre sans acheter d'essence ?

- A Strasbourg
- B Rennes et Paris
- C Rennes, Paris et Quimper
- D Rennes
- E Les quatre villes

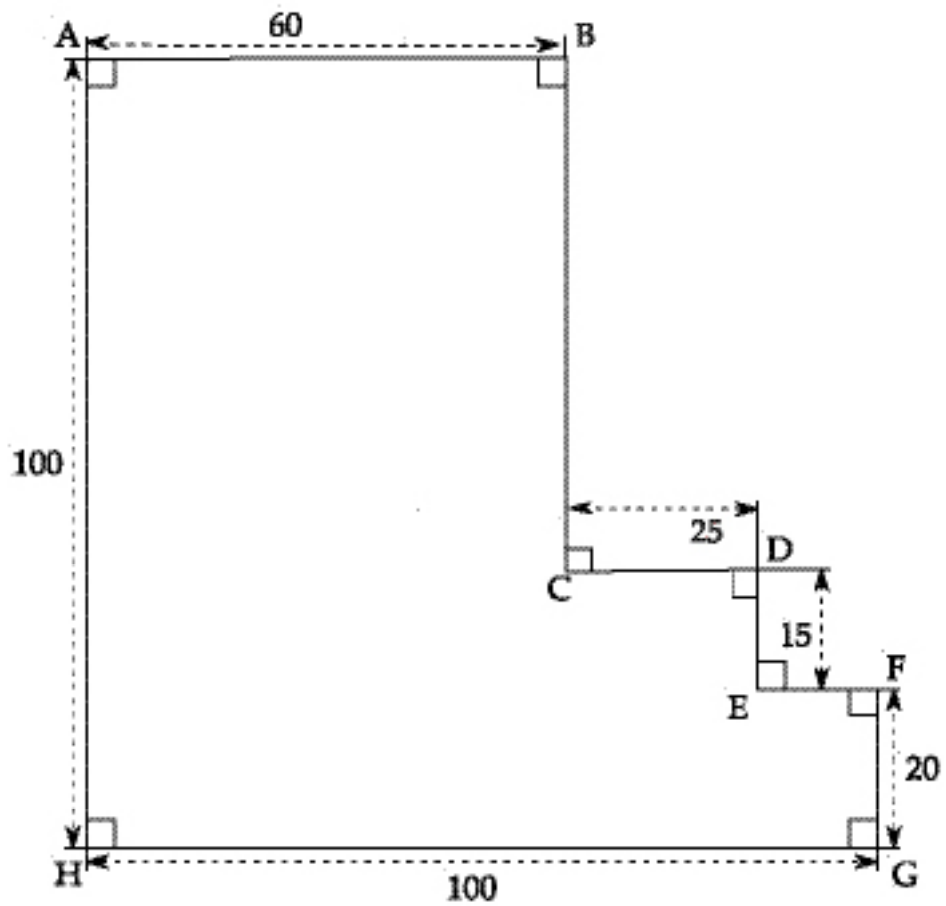
On rappelle qu'un hectare est la mesure d'aire d'un terrain carré de 100 mètres de côté et que l'are est la centième partie de l'hectare.

Un champ (ABCDEFGHA) a la forme et les dimensions qui sont indiquées dans la figure jointe, schématique et réduite. Les dimensions sont données en mètres et chaque petit carré en coin signale un angle droit.

M.V

Parmi les réponses suivantes quelle est, ou quelles sont, celle(s) qui indique(nt) le périmètre P, en mètres, et l'aire A, en ares, de ce champ ?

.../...

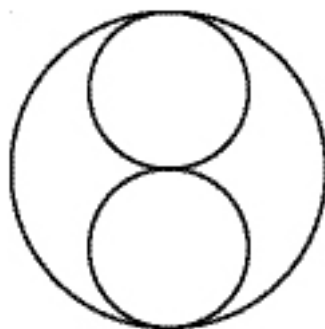


- A**  $P = 400$  et  $A = 7175$   
**B**  $P = 360$  et  $A = 0,7175$   
**C**  $P = 320$  et  $A = 71,75$   
**D**  $P = 400$  et  $A = \frac{287}{4}$   
**E**  $P = 400$  et  $A =$

M.vi

La figure donnée montre un disque dans lequel on a tracé deux cercles de même rayon, centrés sur un diamètre du disque et dont les centres sont les milieux des deux rayons formant ce diamètre ; les deux petits cercles sont en outre tangents entre eux et tangents au grand cercle, chacun en l'une des extrémités du diamètre du disque. Ce tracé délimite dans le disque et hors des deux petits disques qui y sont inclus, deux surfaces symétriques et isométriques que l'on appelle des arbelons.

.../...

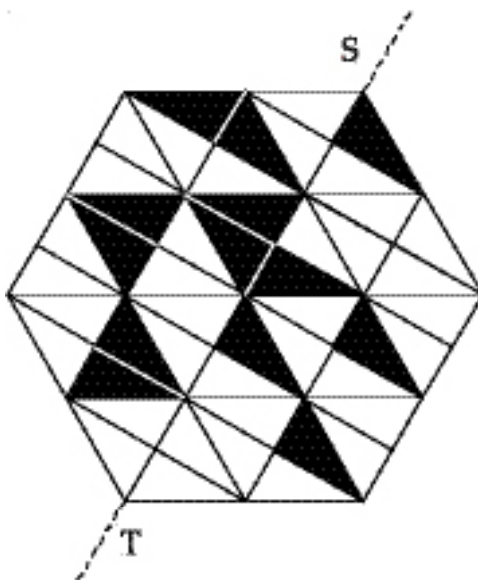


Parmi les affirmations suivantes, laquelle est, ou lesquelles sont, vraie(s) ?

- A** L'aire d'un petit disque est les quatre cinquièmes de l'aire d'un arbelon.
- B** L'aire de la surface restant dans le grand disque quand on lui ôte les deux petits disques est la moitié de l'aire du grand disque.
- C** Le périmètre d'un arbelon est strictement plus petit que celui du grand disque.
- D** Le périmètre du grand disque est égal à celui d'un arbelon.

## GÉOMÉTRIE

Dans la figure jointe, un hexagone régulier est partagé en 24 triangles équilatéraux isométriques, et chacun d'eux est lui-même partagé en deux petits triangles rectangles – ce qui en fait 48 –, dont certains sont noircis ; les lignes de séparation des petits triangles contigus sont en blanc pour être visibles. La droite (ST) est un axe de la figure géométrique formée par les lignes qui s'y trouvent ainsi tracées.



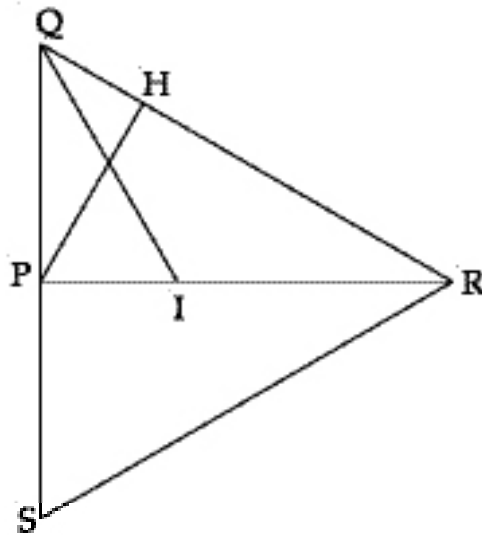
.../...



Quel nombre minimal de petits triangles rectangles, du type défini ci-dessus, faut-il noircir pour que la droite (ST) soit aussi un axe de symétrie de la figure ainsi coloriée-?

<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>D</b>	<b>E</b>
7	8	9	10	11

Dans la figure jointe, QRS est un triangle équilatéral. P est le milieu de [Q, S]. (QI)-est la bissectrice intérieure de l'angle au sommet Q du triangle PQR et (PH) est la hauteur issue de P relative au côté [Q, R] du triangle PQR.

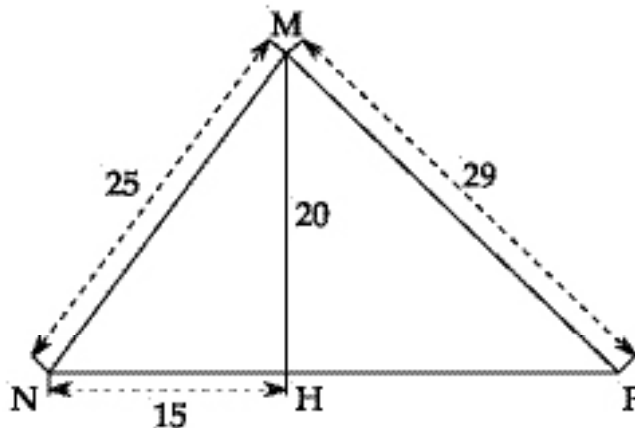


Parmi les affirmations suivantes, laquelle, ou lesquelles, est, ou sont, vraie(s) ?

- A** PQR est un triangle rectangle.
- B** L'angle au sommet I du triangle PIQ a même mesure que l'angle au sommet R du triangle QRS.
- C** La droite (PH) n'est pas parallèle à la droite (SI).
- D** La droite (QI) est perpendiculaire à la droite (SR).
- E** L'angle au sommet P du triangle HPQ a une mesure strictement inférieure à celle de l'angle au sommet R du triangle PRS.

G.III

Dans la figure jointe qui le représente à une échelle réduite, le triangle MNP a des côtés  $[M, N]$  et  $[M, P]$  de longueurs respectivement égales à 25 cm et 29 cm. Le point H est sur le segment  $[N, P]$ , à une distance de 15 cm de N et le segment  $[M, H]$  a pour longueur 20 cm.



Parmi les affirmations suivantes, laquelle, ou lesquelles, est, ou sont, vraie(s) ?

- A** La droite  $(MH)$  est perpendiculaire à la droite  $(NP)$ .
- B** Le triangle HMP a un périmètre de 70 cm.
- C** Le triangle MNP a une aire de  $210 \text{ cm}^2$ .
- D** L'aire du triangle MNP (en  $\text{cm}^2$ ) est le résultat du calcul  $\frac{25 \times 29}{2}$ .
- E** Le segment  $[N, P]$  a une longueur de 36 cm.

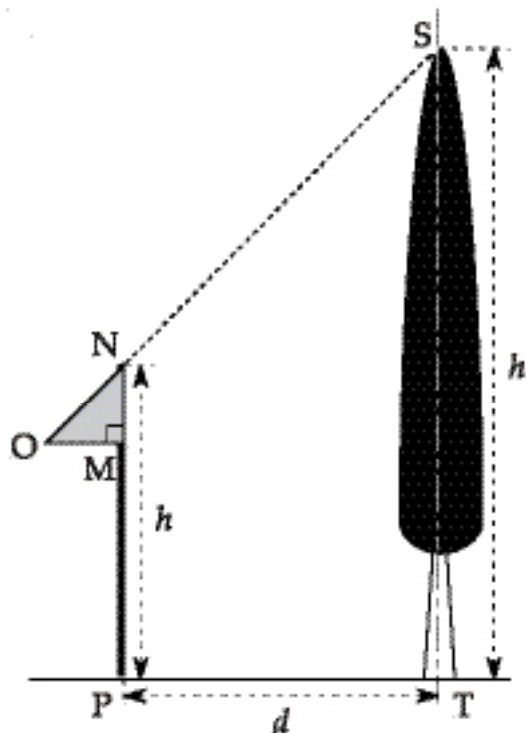
G.IV

Trois cercles, situés dans un même plan, peuvent, selon leurs positions relatives, se couper en un même point, qui appartient ainsi aux trois contours circulaires.

Quel est le nombre maximal de points que trois cercles peuvent avoir ainsi en commun, si l'on suppose que deux au moins de ces cercles ne sont pas concentriques ?

- |          |          |          |          |          |
|----------|----------|----------|----------|----------|
| <b>A</b> | <b>B</b> | <b>C</b> | <b>D</b> | <b>E</b> |
| 0        | 1        | 2        | 4        | 6        |

Le bâton de Gerbert est un instrument médiéval de visée pour mesurer les hauteurs inaccessibles, par exemple, comme sur la figure jointe, la hauteur  $ST$  d'un arbre, menée de son sommet  $S$  à son pied  $T$ , perpendiculairement au sol. Il est constitué 1° d'une tige rectiligne  $[P, N]$  que l'on pose à l'aplomb d'un sol horizontal sur lequel repose aussi l'arbre à mesurer, supposé d'aplomb ; 2° d'un triangle  $OMN$  isocèle et rectangle en  $M$ , point situé sur  $[P, N]$ . L'observateur vise d'un œil en  $O$  et déplace le bâton jusqu'à ce qu'il obtienne l'alignement des points  $O, N$  et  $S$ , sommet de l'arbre à mesurer.



Parmi les formules qui suivent, laquelle, ou lesquelles, est, ou sont, celle(s) qui donne(nt) la hauteur  $h'$  de l'arbre, en fonction de la distance  $d$  qui se trouve entre les pieds  $P$  du bâton et  $T$  de l'arbre et de la hauteur  $h$  ( $= PN$ ) du bâton ?

**A**  
 $h' = d + h$

**B**  
 $\frac{h'}{h} = \frac{h}{d + h}$

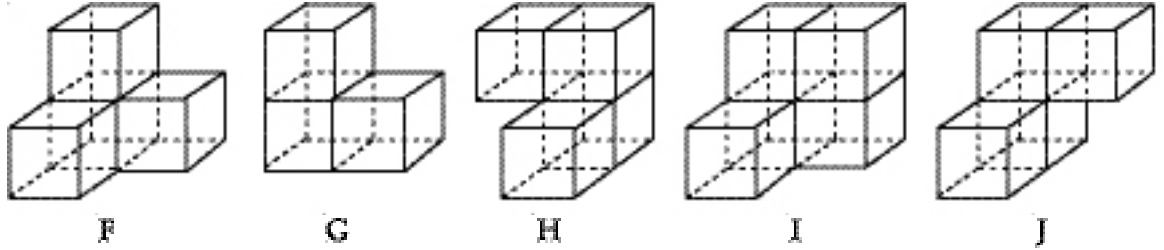
**C**  
 $h' = \frac{d\sqrt{2}}{2}$

**D**  
 $h' = h - d$

**E**  
 $\frac{h'}{h} = \frac{d}{h} + 1$

G.v1

Les solides de la figure jointe sont formés par des cubes isométriques transparents, assemblés de façon à ce que deux quelconques d'entre ces cubes aient une face en commun. La figure représente cinq assemblages de 3, 4 ou 5 cubes identiques, nommés par les lettres F, G, H, I et J, dont les arêtes "cachées" sont en pointillés. On dispose d'au moins deux exemplaires de chacun de ces assemblages.



Parmi les choix suivants de deux assemblages, quel est celui, ou quels sont ceux, qui permet(tent) de former un cube de côté double du côté des cubes élémentaires, sachant que ces assemblages peuvent être déplacés, tournés et retournés à volonté ?

## RELATIONS FONCTIONNELLES

RF.1

Un mage demande à René de Los Naipes de tirer une carte d'un jeu qui en contient 36, après que l'on ait retiré les figures (Valets, Dames et Rois) et les As d'un jeu de 52 cartes. René doit mémoriser le nombre de 2 à 10 qui figure sur la carte, sans le divulguer. Le mage lui demande alors d'effectuer une suite de calculs mentaux que voici : il doit d'abord ajouter 8 au nombre mémorisé et multiplier la somme obtenue par 3-; il doit ensuite ajouter à cette somme le nombre mémorisé en premier lieu ; il doit encore diviser le dernier résultat par 4 et enfin retrancher du quotient obtenu le nombre mémorisé en premier lieu. Au bout de ce calcul et sans connaître le nombre mémorisé, le mage énonce le résultat du calcul de R. de Los Naipes, à la plus grande surprise de ce dernier. Saurez-vous en faire autant ? Autrement dit, quel est ce résultat ?

<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>D</b>	<b>E</b>
8	0	2	Je ne peux pas le savoir	6

RF. II

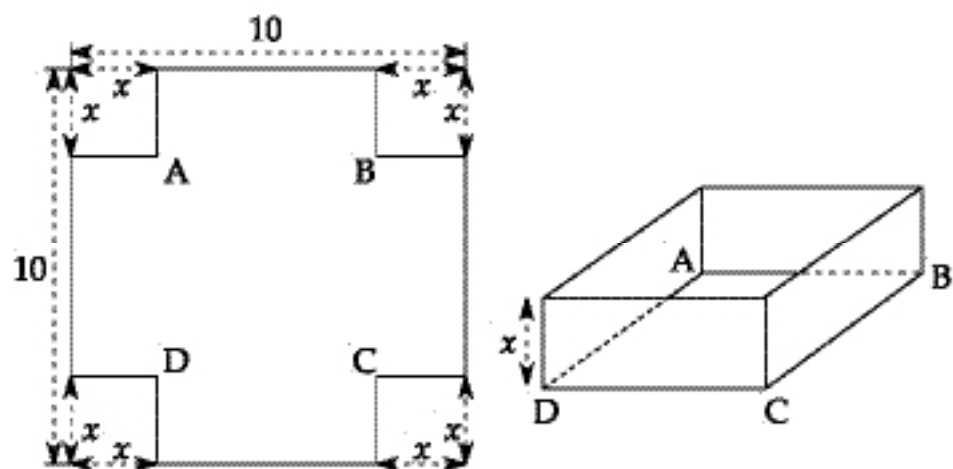
Une usine produit des réveille-matin à raison de 150 exemplaires par quart d'heure. Cette production commence à huit heures et s'arrête à 18 heures.

Parmi les formules suivantes, quelle est, ou quelles sont, celle(s) qui indique(nt) le nombre  $N$  de réveille-matin fabriqués à partir de huit heures jusqu'à un certain moment  $t$  de la journée, en fonction de  $t$ , exprimé en minutes ?

- A  $N = 10t$
- B  $N = 10t - 4800$
- C  $N = 150t - 1200$
- D  $N = 10(t - 480)$
- E  $N = 150(t - 8)$

RF. III

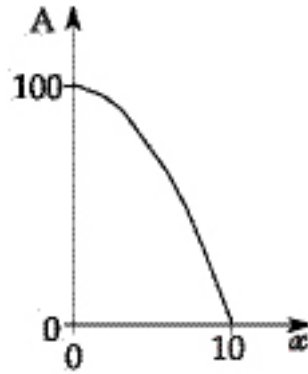
Une machine-outil du type "emporte-pièce" découpe quatre carrés de même côté de mesure variable, notée  $x$  (en centimètres), aux quatre coins d'un carré de tôle de côté 10 cm, comme on peut le voir sur la figure jointe, qui représente en réduction la situation. Après pliage de la tôle et soudure, on obtient une boîte sans couvercle, dont la contenance peut être éventuellement nulle. On s'intéresse à l'aire  $A$  (en  $\text{cm}^2$ ) de la croix grecque qui apparaît après découpe et au volume  $V$  (en  $\text{cm}^3$ ) de la boîte obtenue après façonnage. Enfin, on appelle  $\lambda$  l'intervalle le plus étendu possible des valeurs que la variable  $x$  peut prendre en tenant compte des contraintes de l'énoncé.



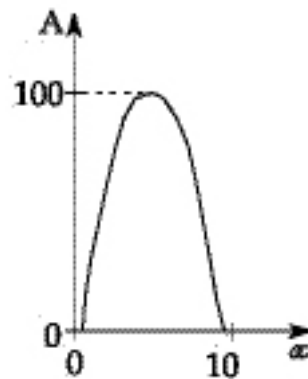
.../...

Parmi les associations suivantes, quelle est, ou quelles sont, celle(s) qui propose(nt) simultanément le bon graphique pour représenter les variations de  $A$  en fonction de  $x$ , la bonne formule pour le volume  $V$  en fonction de  $x$  et l'intervalle  $I$  des valeurs que  $x$  peut prendre ?

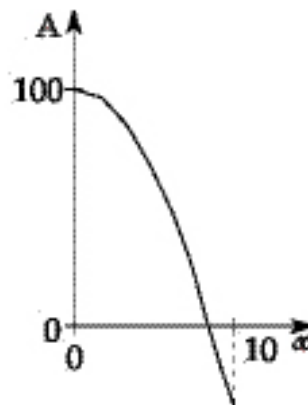
**A**      $V = x(10 - 2x)^2$      et      $I = [0, 10]$



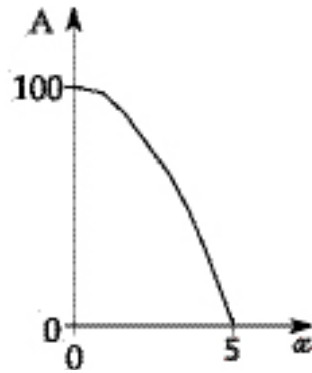
**B**      $V = 4x^3 - 40x^2 + 100x$      et      $I = [1, 9]$



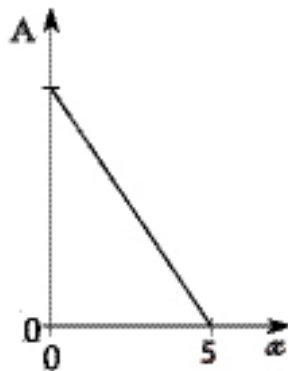
**C**      $V = 100x$      et      $I = [0, 10]$



**D**  $V = x(10 - 2x)^2$  et  $I = [0, 5]$



**E**  $V = 125x^3$  et  $I = [0, 5]$



Trois familles doivent se partager un héritage de 198 000 €. La famille Abécassis a 4 enfants-; la famille Bécassin a 5 enfants ; la famille Cassinet a 6 enfants. Dans un premier temps, on décide de partager le magot en trois parts égales, une par famille, que l'on répartit ensuite en dotant les enfants, et eux seulement, également (1er partage possible). Le notaire propose de partager la somme totale en autant de parts égales qu'il y a d'enfants au total dans les trois familles (2ème partage possible).

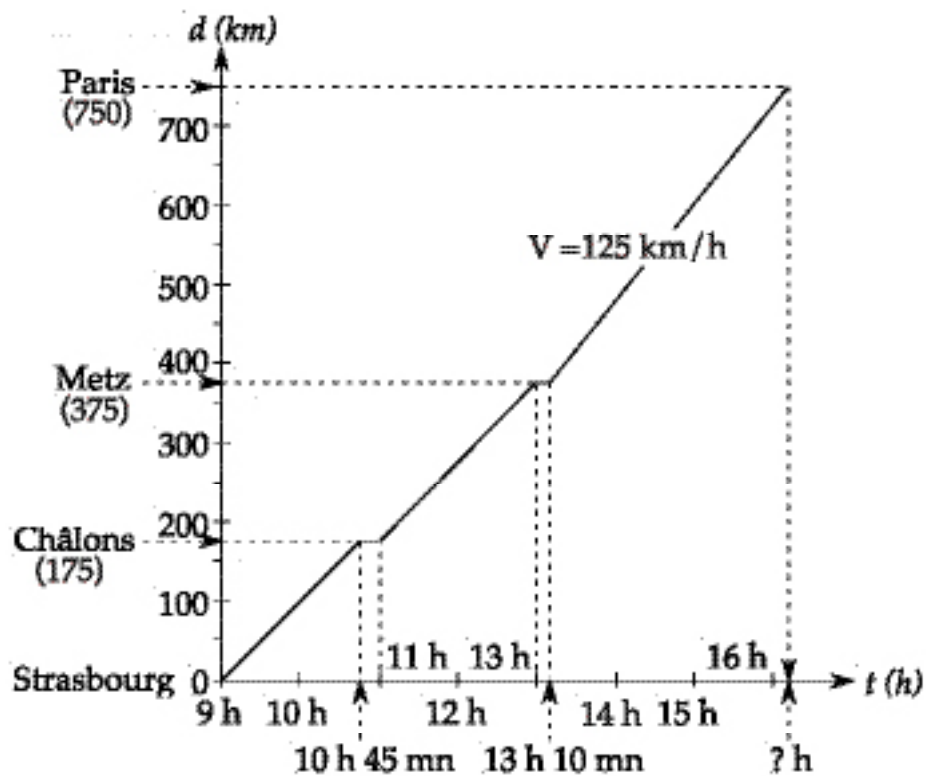
Parmi les propositions suivantes, laquelle est, ou lesquelles sont, vraie(s) ?

- A** Les enfants Cassinet sont avantagés par le premier partage.
- B** Les enfants Bécassin sont avantagés par le second partage.
- C** Dans l'hypothèse du premier partage, chacun des enfants Abécassis reçoit une fois et demie ce que reçoit chacun des enfants Cassinet.
- D** Dans l'hypothèse du premier partage, chacun des enfants Bécassin reçoit plus que chacun des enfants des autres familles.
- E** Dans l'hypothèse du premier partage, l'écart entre ce que reçoit cha-

cun

des enfants Bécassin et chacun des enfants Cassinet est plus petit que l'écart entre ce que reçoit chacun des enfants Bécassin et chacun des

Un train part à neuf heures de Strasbourg en direction de Paris, distante de 750 kilomètres. Il s'arrête à Châlons et à Metz, comme on peut le voir sur le graphique joint, représentant ce trajet : sur ce graphique, l'abscisse représente l'heure de la journée exprimé en heures et minutes, à partir de 9 h, et l'ordonnée représente la distance parcourue par le train au temps  $t$ , exprimée en kilomètres et comptée depuis Strasbourg située au "kilomètre zéro". Entre Metz et Paris, le train roule à la vitesse moyenne de 125 km/h ; la distance de Strasbourg à Châlons est de 175 km ; celle de Châlons à Metz est de 200 km.



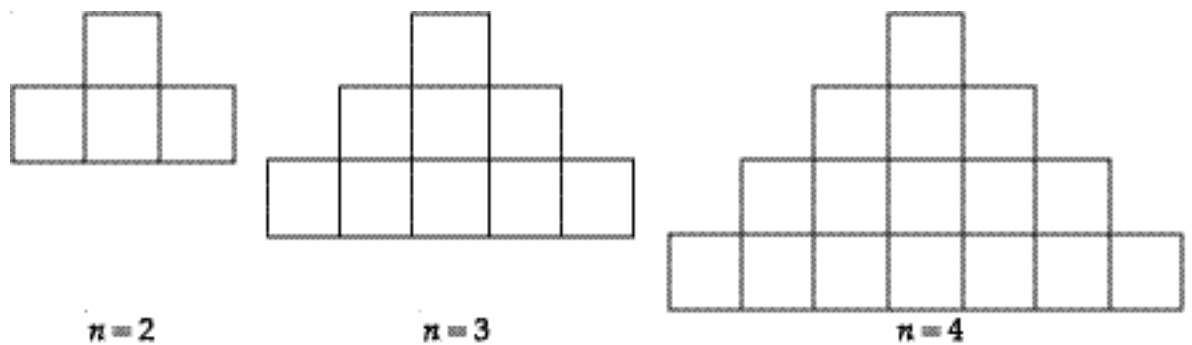
Parmi les affirmations suivantes, laquelle est, ou lesquelles sont, vraie(s) d'après le graphique et les données numériques fournis ?

- A** La vitesse moyenne entre Strasbourg et Châlons est de 100 km/h.
- B** La vitesse moyenne entre Châlons et Metz n'est pas la même qu'entre Strasbourg et Châlons.
- C** Le train n'a pas roulé pendant une demi-heure au total.
- D** Le train arrive à Paris à 16 heures et 10 minutes.
- E** La durée totale du trajet Strasbourg-Paris, arrêts inclus, est de 6 heures et 45 minutes.



RF.vi

Les figures jointes sont composées de carrés isométriques et sont supposées représenter une vue en coupe d'un escalier à double volée de marches. Pour cette raison, elles sont appelées dans ce qui suit : "escalier à 2 marches" pour la première, qui comporte deux rangées de carrés en hauteur, "escalier à 3 marches" pour la deuxième, avec ses trois rangées horizontales, "escalier à 4 marches" pour la troisième ; on peut ainsi construire un "escalier à  $n$  marches" comportant  $n$  rangées horizontales de carrés, la plus haute étant composée d'un carré, et chaque rangée étant obtenue en reprenant la rangée précédente, située au-dessus, et en lui ajoutant deux carrés de part et d'autre.



Parmi les expressions littérales suivantes et d'après ce que l'on peut induire des premiers cas, quelle est, ou quelles sont, celle(s) qui donne(nt) le nombre total de carrés de la représentation de l'escalier à  $n$  marches en fonction du nombre  $n$  de marches (ou rangées) ?

- A  $(n + 1)^2 - (2n + 1)$
- B  $(n + 1)(n - 1) + 1$
- C  $n^2$
- D  $(2n + 1)^2 - 3n^2 - 4n - 1$
- E  $(n - 1)^2 + 2n - 1$