

Contrôle continu (durée deux heures)
(le 11/12/2018)

Nom :

Prénom :

Groupe :

*Sauf mention contraire, on ne demande pas de justification.
Documents, téléphones et calculatrices interdits.
Répondre directement sur la feuille.*

Exercice 1. (3 pts) Calculez les limites suivantes, en donnant le détail de votre calcul :

$$1.1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 4}{e^x - 2} =$$

$$1.2) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(\ln(x))}{\ln(x)} =$$

$$1.3) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{2x^4 + x - 1}}{x^2 + 2} =$$

Exercice 2. (3 pts)

2.1) En utilisant les règles de calcul, déterminer la dérivée de chacune des fonctions suivantes : $f_1(x) = \frac{1+x}{x^{1/2}}$ et $f_2(x) = \sin(3^x)$.

$$f_1'(x) =$$

$$f_2'(x) =$$

2.2) Utilisez la règle de l'Hôpital pour déterminer la limite suivante.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1} - 1}{e^x - 1} =$$

Exercice 3. (5 pts) Soit f la fonction réelle qui à $x > 0$ associe $f(x) = x \ln(x)$.

3.1) Calculer la dérivée f' , et indiquer le tableau des variations de f .

3.2) Déterminer (s'ils existent) les minima, maxima locaux et globaux de f sur \mathbb{R}_+^* .

3.3) La fonction f est-elle convexe ? Ou est-elle concave ?

3.4) Etudier l'existence d'une asymptote oblique en $+\infty$ du graphe de f .

3.5) Calculer la limite $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x)$ et tracer l'allure du graphe de f .

Exercice 4. (3 pts) Calculer les primitives suivantes :

$$4.1) \int \cos(-x + 1) \, dx =$$

$$4.2) \int 3^x \, dx =$$

$$4.3) \int x e^{2x} \, dx =$$

Exercice 5. (3 pts) Calculer les intégrales suivantes :

$$5.1) \int_{-1}^1 \frac{4x - 2}{x^2 - 4} \, dx =$$

(Indication : On pourra utiliser une décomposition en éléments simples.)

$$5.2) \int_0^1 \frac{x}{1 + x^4} \, dx =$$

(Indication : Utiliser le changement de variables $u = x^2$.)

$$5.3) \int_1^{+\infty} \frac{2}{x^4} \, dx =$$

Exercice 6. (4 pts) On considère l'ensemble $X = \{A, B, C, D\}$.

6.1) Donner le nombre de permutations de X .

6.2) Donner le nombre de sous-ensembles de X .

6.3) Donner le nombre de sous-ensembles à deux éléments de X .

6.4) Si l'on choisit deux lettres de X au hasard, quelle est la probabilité que l'une de ces deux lettres soit A ?