

LICENCE

D01 : Fonctions de plusieurs variables, intégrales multiples, courbes paramétrées

## Examen Terminal

*10 Mai 2007*

Durée : 2 heures

### Exercice 1

Calculer la matrice jacobienne de l'application de  $\mathbb{R}^2$  dans  $\mathbb{R}^2$  :

$$(x, y) \longrightarrow (\sin xy, \cos(x + y))$$

### Exercice 2

Trouver l'équation du plan tangent à la surface  $S$  :

$$S = \{(x, y, z), x^2 + y^3 + z^2 = 1\}$$

au point  $(0, 0, 1)$ .

### Exercice 3

Calculer le volume de la calotte sphérique :

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 + z^2 &\leq R^2 \\ z &\geq \frac{R}{3} \end{aligned}$$

(On pourra utiliser les coordonnées sphériques.)

### Exercice 4

Calculer les minima et maxima de la fonction :

$$f(x) = x^2 + 2y^2 + 3z^2$$

sur la surface  $x^2 + \frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{9} = 1$ .

### Exercice 5

Soit  $D$  le domaine compris entre la parabole  $x = y^2$  et le demi-cercle  $x^2 + y^2 = 1$  ( $x \geq 0$ ).

1. Dessiner le domaine.
2. Calculer son aire.