LICENCE
D01 : Fonctions de plusieurs variables, intégrales multiples, courbes paramétrées

Deuxième Session

Juin 2007
Durée : 2 heures

Exercice 1
Donner le gradient de la fonction $f(x\,,\,y\,,\,z) = -\,2\,x^2 + 3\,xyz + 2\,y^2 + 3\,z^2$ au point $(1\,,\,1\,,\,1)$.

Exercice 2
Soit la fonction f définie par :

$$\begin{aligned} f(x\,,\,y) &= \frac{2\,x^2y^2}{x^2+y^2} \quad \text{en} \quad (x\,,\,y) \neq (0\,,\,0) \\ f(0\,,\,0) &= 0 \end{aligned}$$

1. Cette fonction est-elle continue en $(0\,,\,0)$?
2. Cette fonction est-elle continue sur $\mathbb{R}^2 \setminus (0\,,\,0)$?

Exercice 3
Trouver le volume du domaine de $\mathbb{R}^3$ défini par :

$$\begin{array}{rcl} & z^2 & \geqslant x^2+y^2 \\ 1 \leqslant & z & \leqslant 2 \end{array}$$

(On pourra utiliser des coordonnées cylindriques.)

Exercice 4
Calculer les minima et maxima de la fonction :

$$f(x\,,\,y\,,\,z) = x+y+z$$

sur la surface S d'équation $x^2+y^2+z^2 = 1$.

Exercice 5
Calculer l'aire du domaine D de $\mathbb{R}^2$ défini par :

$$\begin{aligned} 1 &\leqslant x+y \\ x &\leqslant 1 \\ y &\leqslant 1 \end{aligned}$$