Université de Rennes 1 — Année 2007–2008

UFR Mathématiques

Module S4C02

Feuille d'exercices 5

$\boxed{\textbf{Exercice 1}}$ Utiliser la méthode des coefficients indéterminés pour trouver toutes les solutions des équations suivantes discutées en cours :

$(a)\quad x' = x + t^2 \qquad\qquad (b)\quad x' = x + 2e^t$

$\boxed{\textbf{Exercice 2}}$ Résoudre les équations linéaires suivantes.

$$\begin{array}{llll} (a) & x' - \frac{2x}{t+1} = (t+1)^2 & (b) & x' - \frac{\alpha x}{t} = \frac{t+1}{t} \\ (c) & (t-t^3)x' + (2t^2-1)x - \alpha t^3 = 0 & (d) & \frac{dx}{dt} + x\cos(t) = \frac{\sin(t)}{2} \\ (e) & x' + \frac{n}{t}x = e^t t^n & (f) & x' + \frac{n}{t}x = \frac{\alpha}{t^n} \\ (g) & x' + x = e^{-t} & & \end{array}$$

Si vous cherchez des exemples supplémentaires, regardez l'Exercice 2 sur la feuille 4. Reconnaître parmi ces équations celles qui sont linéaires, et les intégrer en tant que telles. Comparer les résultats.

$\boxed{\textbf{Exercice 3}}$ Intégrer les équations de Bernoulli suivantes.

$(a)\quad x' + tx = t^3x^3 \qquad (b)\quad (1-t^2)x' - tx - \alpha t x^2 = 0$

$\boxed{\textbf{Exercice 4}}$ Parfois un changement de variables choisi intelligemment peut aider à résoudre une équation différentielle. Une famille d'exemples est donnée par les équations de Bernoulli. Voici un autre exemple. Résoudre l'équation

$$x' = (t+x)^2$$

en utilisant le changement de variables $z = t + x$.