

Université de Rennes 1—Année 2017/2018

L2—Probabilités de base—Feuille de TD 3

Exercice 1. Une assemblée comporte 60 % de femmes ; une femme sur trois dans cette assemblée porte des lunettes et un homme sur deux porte des lunettes. Quelle est la probabilité pour qu'un porteur de lunettes pris au hasard soit une femme ?

Exercice 2. Votre voisin oublie fréquemment ses clés. Pour tout $n \geq 1$, soit p_n la probabilité qu'il oublie ses clés le jour n . On suppose que $p_1 = a$ est connu et que si le jour n il oublie ses clés, le jour suivant il les oublie avec la probabilité $1/10$; si le jour n il n'oublie pas ses clés, le jour suivant il les oublie avec la probabilité $4/10$. Déterminer p_n pour tout $n \geq 1$.

Exercice 3. Dans les barres de chocolat d'une certaine marque, on trouve des images équitablement réparties de cinq personnages de la saga Harry Potter, une image par tablette. Combien dois-je acheter de barres pour que la probabilité d'avoir l'image de Voldemort dépasse 80% ? Même question pour être sûr à 90%.

Exercice 4. On considère un jeu de 32 cartes. On en distribue 5 au hasard à chacun des deux joueurs A et B .

- (i) Calculer la probabilité pour que A ait au moins un as.
- (ii) Sachant que B a exactement un as, calculer la probabilité pour que A ait au moins un as.

Exercice 5. Deux joueurs A et B s'exercent au tir à l'arc. Le joueur A ne tire qu'une fois sur 3 et atteint sa cible 9 fois sur 10 quand il tire. Le joueur B , moins adroit, n'atteint sa cible que 6 fois sur 10. Un des joueurs tire.

- (i) Quelle est la probabilité pour que la cible soit atteinte ?
- (ii) Sachant que la cible est atteinte, quelle est la probabilité pour que ce soit par B ?

Exercice 6. Une urne contient 4 boules rouges et 3 vertes.

- (i) On tire successivement sans remise deux boules dans l'urne. Sachant qu'au premier tirage, on a obtenu une boule rouge, quelle est la probabilité qu'on obtienne une boule verte au deuxième tirage ?
- (ii) Répondre à la même question quand on suppose que le tirage se fait avec remise.

Exercice 7. Dans une usine, 1% des articles produits sont défectueux. Un contrôle de qualité permet de rejeter 95% des articles lorsqu'ils sont défectueux mais aussi de rejeter 2% des articles qui ne le sont pas.

- (i) Quelle est la probabilité qu'il y ait une erreur dans le contrôle de qualité?
- (ii) Quelle est la probabilité pour qu'un article accepté soit en réalité défectueux?

Exercice 8. Dans un étang, il y a des poissons rouges et des poissons verts. Les poissons trop petits sont remis à l'eau par les pêcheurs. On estime qu'il y a 60 % de poissons rouges dans l'étang, que la moitié des poissons rouges et le tiers des poissons verts sont trop petits.

- (i) Quelle est la probabilité de pêcher un poisson trop petit?
- (ii) Sachant qu'on a pêché un poisson trop petit, quelle est la probabilité que ce soit un poisson rouge?

Exercice 9. On considère une urne contenant initialement une boule blanche et une boule noire. On effectue des tirages successifs de la façon suivante : on tire une boule de l'urne, on la remet en y ajoutant une boule de la même couleur que la boule qui a été tirée.

Pour $k \geq 1$, on considère les événements

N_k : “une boule noire apparaît au k -ième tirage” et

A_k : “une boule blanche apparaît pour la 1ère fois au k -ième tirage”

- (i) Calculer les probabilités de A_1 et de N_1 et, pour $k \geq 2$, les probabilités conditionnelles $\mathbf{P}(N_k | N_1 \cap \dots \cap N_{k-1})$ et $\mathbf{P}(N_k^c | N_1 \cap \dots \cap N_{k-1})$.
- (iii) Soit $n \geq 1$. Calculer la probabilité $\mathbf{P}(A_n)$.

Exercice 10. On considère $n \geq 1$ individus A_1, \dots, A_n . On lance une pièce de monnaie et on transmet le résultat (“Pile” ou “Face”) à A_1 . Le résultat est transmis par A_1 à A_2 , ensuite par A_2 à A_3 , etc. On suppose que tous ces individus mentent avec la probabilité p et qu'ils le font de manière mutuellement indépendante.

- (i) Quelle est la probabilité p_n que le résultat reçu par A_n soit le bon?
- (ii) Quelle est la limite $\lim_{n \rightarrow \infty} p_n$?