

Université de Rennes 1–Année 2015/2016

L2–Probabilités de base–Feuille de TD 2

Exercice 1. On lance trois fois une pièce de monnaie équilibrée. Expliciter l'espace de probabilité $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbf{P})$ qui modélise cette expérience aléatoire.

- Quelle est la probabilité d'obtenir exactement une fois face ?
- Quelle est la probabilité d'obtenir au moins une fois face ?
- Quelle est la probabilité d'obtenir pile au 1er lancer et au moins une fois face lors des deux suivants ?

Exercice 2. Soient $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbf{P})$ un espace de probabilité et $(A_1, A_2, A_3) \in \mathcal{F}^3$. On pose, pour $i, j \in \{1, 2, 3\}$, $i \neq j$, $p_i = \mathbf{P}(A_i)$, $p_{ij} = \mathbf{P}(A_i \cap A_j)$ et $p_{123} = \mathbf{P}(A_1 \cap A_2 \cap A_3)$. Exprimez en fonction de ces probabilités les probabilités suivantes :

- 1) les trois évènements se réalisent, 2) au moins l'un des évènements se réalise, 3) au moins deux des évènements se réalisent, 4) A_1 seul se réalise, 5) A_1 et A_2 se réalisent mais pas A_3 , 6) deux évènements au plus se réalisent, 7) un seul évènement se réalise, 8) deux évènements seulement se réalisent, 9) deux évènements ou plus se réalisent, 10) aucun des trois évènements ne se réalise.

Exercice 3. (i) Combien de fois faut-il lancer un dé équilibré pour avoir au moins une chance sur deux d'obtenir un « six » ?

(ii) Même question avec deux dés pour obtenir un « double-six »

(iii) Quel est l'évènement le plus probable : obtenir au moins un « six » en lançant 4 fois un dé ou bien obtenir au moins un « double-six » en lançant 24 fois une paire de dés ?

Exercice 4. Au loto, on tire six numéros entre 1 et 49, deux-à-deux distincts et sans tenir compte de leur ordre. Calculez les probabilités des évènements suivants, pour $0 \leq k \leq 6$:

- “Avoir exactement k bons numéros”
- “Avoir zéro, un ou deux bons numéros”
- “Avoir au moins trois bons numéros”

Exercice 5. Pour $r \leq n$, on répartit aléatoirement r boules à l'intérieur de n urnes, chaque urne pouvant contenir plusieurs boules. Expliciter l'espace de probabilité $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbf{P})$ qui modélise cette expérience aléatoire.

(i) Déterminer la probabilité de l'évènement « chaque urne contient au plus une boule ».

(ii) Déterminer la probabilité de l'évènement « il existe une urne contenant au moins deux boules ».

Exercice 6. Une urne contient N boules, dont N_1 sont blanches et N_2 noires. On opère à des tirages successifs avec remise. Soient $n \geq 1$ et $k \leq n$.

(i) Quelle est la probabilité que la première boule blanche tirée apparaisse lors du n -ième tirage ?

(ii) Quelle est la probabilité que la k -ième boule blanche tirée apparaisse lors du n -ième tirage ?