

Université de Rennes 1—Année 2017/2018
L2—Probabilités de base—Feuille de TD 2

Exercice 1. (i) Combien de numéros de téléphone composés de 10 chiffres existe-t-il ?

(ii) Combien y a-t-il de mains de 13 cartes dans un jeu de 52 cartes ?

(iii) Après les prolongations d'un match de football, l'entraîneur doit choisir les 5 tireurs de penaltys parmi les 11 joueurs de son équipe et l'ordre de leur passage. Combien de choix a-t-il ?

(iv) Combien y a-t-il de dominos avec 10 symboles différents ?

(v) Combien d'anagrammes peut-on former avec les lettres du mot « excellence » ?

Exercice 2. On lance trois fois une pièce de monnaie équilibrée. Expliciter l'espace de probabilité $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbf{P})$ qui modélise cette expérience aléatoire.

- Quelle est la probabilité d'obtenir exactement une fois face ?
- Quelle est la probabilité d'obtenir au moins une fois face ?
- Quelle est la probabilité d'obtenir pile au 1er lancer et au moins une fois face lors des deux suivants ?
- Quelle est la probabilité d'obtenir pile au 1er lancer et face au 3e ?

Exercice 3. Expliciter l'espace de probabilité $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbf{P})$ qui modélise les expériences aléatoires suivantes :

- On distribue à un joueur 13 cartes d'un jeu de 52 cartes correctement battues.
- On joue à pile ou face jusqu'à obtenir face.

Exercice 4. Soient $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbf{P})$ un espace de probabilité et $(A_1, A_2, A_3) \in \mathcal{F}^3$. On pose, pour $i, j \in \{1, 2, 3\}$, $i \neq j$, $p_i = \mathbf{P}(A_i)$, $p_{ij} = \mathbf{P}(A_i \cap A_j)$ et $p_{123} = \mathbf{P}(A_1 \cap A_2 \cap A_3)$. Exprimez en fonction de ces probabilités les probabilités suivantes :

- 1) les trois évènements se réalisent ;
- 2) au moins l'un des évènements se réalise ;
- 3) au moins deux des évènements se réalisent ;
- 4) A_1 seul se réalise ;
- 5) A_1 et A_2 se réalisent mais pas A_3 ;
- 6) deux évènements au plus se réalisent ;
- 7) un seul évènement se réalise ;
- 8) deux évènements seulement se réalisent ;
- 9) deux évènements ou plus se réalisent ;
- 10) aucun des trois évènements ne se réalise.

Exercice 5. Un QCM comporte 10 questions, pour chacune desquelles 4 réponses sont proposées, une seule est exacte. Combien y-a-t-il de grilles-réponses possibles ? Quelle est la probabilité de répondre au hasard au moins 6 fois correctement ?

Exercice 6. (i) Combien de fois faut-il lancer un dé équilibré pour avoir au moins une chance sur deux d'obtenir un « six » ?

(ii) Même question avec deux dés pour obtenir un « double-six ».

(iii) Lequel des deux évènements suivant est le plus probable :

- « obtenir au moins un « six » en lançant 4 fois un dé »
- « obtenir au moins un « double-six » en lançant 24 fois une paire de dés » ?

Exercice 7. Au loto, on tire six numéros entre 1 et 49, deux-à-deux distincts et sans tenir compte de leur ordre. Calculez les probabilités des évènements suivants, pour $0 \leq k \leq 6$:

- « Avoir exactement k bons numéros »
- « Avoir zéro, un ou deux bons numéros' »
- « Avoir au moins trois bons numéros »

Exercice 8. Pour $r \leq n$, on répartit aléatoirement r boules à l'intérieur de n urnes, chaque urne pouvant contenir plusieurs boules. Expliciter l'espace de probabilité $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbf{P})$ qui modélise cette expérience aléatoire.

(i) Déterminer la probabilité de l'évènement « chaque urne contient au plus une boule ».

(ii) Déterminer la probabilité de l'évènement « il existe une urne contenant au moins deux boules ».

Exercice 9. Une urne contient N boules, dont N_1 sont blanches et N_2 noires. On opère à des tirages successifs avec remise. Soient $n \geq 1$ et $k \leq n$.

(i) Quelle est la probabilité que la première boule blanche tirée apparaisse lors du n -ième tirage ?

(ii) Quelle est la probabilité que la k -ième boule blanche tirée apparaisse lors du n -ième tirage ?