

Durée : 45 minutes ; documents et calculatrices non autorisés

Exercice 1 (7P.) Soient $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbf{P})$ un espace probabilisé. On considère deux événements **indépendants** A et B de probabilités respectives $1/4$ et $1/3$. Exprimer les événements suivants en fonction de A, B, $\bar{A}$, $\bar{B}$ et calculer leurs probabilités :

- (i) les deux événements A et B ont lieu ;
 - (ii) au moins un des deux événements A, B a lieu ;
 - (iii) exactement un des deux événements A, B a lieu ;
 - (iv) aucun des deux événements A, B n'a lieu ;
 - (v) au plus un des événements A, B a lieu.
-

Exercice 2 (4P.) Un atelier reçoit 5000 pièces, dont 1000 en provenance de l'usine A et 4000 en provenance de l'usine B. On sait que 10% des pièces fabriquées par l'usine A et 5% de celles fabriquées par l'usine B sont défectueuses.

- (i) On choisit au hasard une pièce à l'atelier. Quelle est la probabilité qu'elle soit défectueuse.
 - (ii) Sachant qu'une pièce choisie est défectueuse, quelle est la probabilité qu'elle provienne de l'usine A ?
-

Exercice 3 (9P.) On considère une urne contenant 6 boules numérotées 1, 2, 3, 4, 5, 6. On effectue 6 tirages successifs d'une boule **sans remise**.

- (i) Quel est le nombre de tirages possibles.

On suppose que les boules 1, 2, 3 sont noires et les boules 4, 5, 6 sont blanches. On appelle X le numéro du tirage où on obtient la première fois une boule noire.

- (ii) Déterminer l'ensemble $X(\Omega)$ des valeurs de X.
- (iii) Déterminer la loi de X.

(Indication : on pourra utiliser la formule $\mathbf{P}(X = i) = \mathbf{P}(X = i | X > i - 1) \times \mathbf{P}(X > i - 1)$.)

- (iv) Déterminer la fonction de répartition F_X de X.
- (v) Calculer l'espérance et la variance de X.