

Feuille de TD 3

**Exercice 1.** Une assemblée comporte 60 % de femmes ; une femme sur trois dans cette assemblée porte des lunettes et un homme sur deux porte des lunettes. Quelle est la probabilité pour qu'un porteur de lunettes pris au hasard soit une femme ?

**Exercice 2.** A un jeu télévisé, on demande à des candidats de répondre par oui ou non à la question : Lima est elle la capitale du Pérou ? On estime qu'un français sur 3 connaît la réponse ("oui"). Les candidats au jeu répondent au hasard s'ils ne connaissent pas la réponse. Si un candidat a répondu juste, qu'elle est la probabilité qu'il connaissait la réponse ?

**Exercice 3.** Deux joueurs  $J_1$  et  $J_2$  s'exercent au tir à l'arc. Le joueur  $J_1$  ne tire qu'une fois sur 3 et atteint sa cible 9 fois sur 10 quand il tire. Le joueur  $J_2$ , moins adroit, n'atteint sa cible que 6 fois sur 10. Un des joueurs tire.

- (i) Quelle est la probabilité pour que la cible soit atteinte ?
- (ii) Sachant que la cible est atteinte, quelle est la probabilité pour que ce soit par  $J_1$  ?

**Exercice 4.** Dans un pays, la proportion de personnes vaccinées contre une certaine maladie est de 80% et 90% des admissions à l'hôpital en raison de cette maladie concernent des personnes non-vaccinées. On note  $H$  l'événement «être hospitalisé» et  $V$  «être vacciné» (pour un individu tiré au hasard dans la population). Calculer le rapport  $\frac{\mathbf{P}(H|V^c)}{\mathbf{P}(H|V)}$  des risques d'hospitalisation.

**Exercice 5.** Dans un étang, il y a des poissons rouges et des poissons verts. Les poissons trop petits sont remis à l'eau par les pêcheurs. On estime qu'il y a 60 % de poissons rouges dans l'étang, que la moitié des poissons rouges et le tiers des poissons verts sont trop petits.

- (i) Quelle est la probabilité de pêcher un poisson trop petit ?
- (ii) Sachant qu'on a pêché un poisson trop petit, quelle est la probabilité que ce soit un poisson rouge ?

**Exercice 6.** Dans une usine, 1% des articles produits sont défectueux. Un contrôle de qualité permet de rejeter 95% des articles lorsqu'ils sont défectueux mais aussi de rejeter 2% des articles qui ne le sont pas.

- (i) Quelle est la probabilité qu'il y ait un erreur dans le contrôle de qualité?
- (ii) Quelle est la probabilité pour qu'un article accepté soit en réalité défectueux?

**Exercice 7. (\*)** On considère  $n \geq 1$  individus  $A_1, \dots, A_n$ . On lance une pièce de monnaie et on transmet le résultat ("Pile" ou "Face") à  $A_1$ . Le résultat est transmis par  $A_1$  à  $A_2$ , ensuite par  $A_2$  à  $A_3$ , etc. On suppose que tous ces individus mentent avec la probabilité  $p$  et qu'ils le font de manière mutuellement indépendante. Soit  $p_n$  la probabilité que le résultat reçu par  $A_n$  soit le bon.

- (i) Etablir une formule de récurrence reliant  $p_{n+1}$  et  $p_n$  pour  $n \geq 1$ .
- (ii) Calculer  $p_n$ .
- (iii) Quelle est la limite  $\lim_{n \rightarrow \infty} p_n$ ?

**Exercice 8. (\*)** Votre voisin oublie fréquemment ses clés. Pour tout  $n \geq 1$ , soit  $p_n$  la probabilité qu'il oublie ses clés le jour  $n$ . On suppose que  $p_1 = a$  est connu et que si le jour  $n$  il oublie ses clés, le jour suivant il les oublie avec la probabilité  $1/10$ ; si le jour  $n$  il n'oublie pas ses clés, le jour suivant il les oublie avec la probabilité  $4/10$ .

- (i) Etablir une formule de récurrence reliant  $p_{n+1}$  et  $p_n$  pour  $n \geq 1$ .
- (ii) Déterminer  $p_n$  pour tout  $n \geq 1$ .