ECO 431
Année 2009-2010

PC 8 : Marchés et optimum social (II)

Exercice 1 : *Optimum de Pareto, équilibre concurrentiel et répartition dans une économie d'échange.*

Une économie comporte deux consommateurs X et Y qui se répartissent deux biens 1 et 2 dont les quantités disponibles sont respectivement 20 et 40. Ces deux consommateurs ont des fonctions d'utilité : $U_X = x_1 x_2$ et $U_Y = y_1^3 y_2$.

1. Définir l'ensemble des états réalisables.

2. Déterminer graphiquement le lieu des optima de Pareto. Le tracer dans le "diagramme en boite" d'Edgeworth.

3. Définir analytiquement les optima de Pareto.

4. On considère un optimum de Pareto (x_1^*, x_2^*). Montrer que cet optimum peut être obtenu comme équilibre concurrentiel, pourvu que les quantités de biens disponibles possédées initialement par les consommateurs, $(\overline{x}_1, \overline{x}_2)$ et $(\overline{y}_1, \overline{y}_2)$ avec $\overline{x}_1 + \overline{y}_1 = 20$ et $\overline{x}_2 + \overline{y}_2 = 40$, soient judicieusement choisies. Calculer les prix d'équilibre (p_1, p_2) associés, les revenus d'équilibre des deux consommateurs R_X et R_Y, ainsi que la répartition des revenus d'équilibre définie par le paramètre α tel que $R_X = \alpha(R_X + R_Y)$, $R_Y = (1-\alpha)(R_X + R_Y)$. Comment varient ces quantités quand on décrit le lieu des optima de Pareto?

5. Calculer l'équilibre concurrentiel si les quantités des biens sont initialement réparties par moitié entre les consommateurs.

(**6**.) On considère un mode d'organisation de cette économie où les quantités globalement disponibles des biens sont possédées par un organisme central dont l'objectif est de répartir ces quantités de manière efficace entre les deux consommateurs, tout en garantissant une répartition des revenus α donnée $(0 \leq \alpha \leq 1)$. Pour ce faire, pour tout système de prix (p_1, p_2), l'organisme central attribue aux consommateurs les revenus $R_X = \alpha(20p_1 + 40p_2)$ et $R_Y = (1-\alpha)\ (20p_1 + 40p_2)$.

Calculer les demandes de biens des deux consommateurs pour un système de prix (p_1, p_2) arbitraire. Déterminer l'équilibre du système et vérifier que cet équilibre est bien un optimum de Pareto.

(**7**.) L'Etat cherche toujours à assurer une répartition du revenu donnée, mais au lieu de "nationaliser" les quantités initiales, il utilise un système de transferts forfaitaires entre les deux consommateurs : le consommateur X possède initialement les quantités $\overline{x}_1, \overline{x}_2$ des deux biens et reçoit un transfert $T(p_1, p_2)$ positif ou négatif prélevé par l'Etat sur le revenu du consommateur Y. Calculer le transfert T nécessaire pour atteindre un objectif donné de répartition. Ce transfert affecte-t-il le prix relatif des biens?

8. Quelles conclusions peut-on tirer de cet exercice ?

Exercice 2 : *Marchés incomplets et bourse de valeur*

On considère une économie d'échanges avec un bien de consommation unique non stockable. Il y a deux dates $t = 0$ et 1, et à la date 1 deux états de la nature $s = 1, 2$. On repère par un indice 0 les grandeurs afférentes à la date 0 et par un indice s les grandeurs contingentes à l'état s à la date 1.

Il y a deux consommateurs X et Y. Les ressources initiales de X sont constantes au cours du temps et indépendantes de l'état de la nature, $\overline{X} = (1, 1, 1)$. En revanche, la récolte de Y n'est disponible que si les conditions météorologiques sont favorables (état 2) à la date 1, $\overline{Y} = (1, 0, 2)$.

Les goûts des agents sont représentés par un indice d'utilité de Von Neumann Morgenstern qui reste invariant au cours du temps. Pour X, $u_X(x) = x$ et pour Y, $u_Y(y) = Log\, y$. De plus, les agents ont une préférence pour le présent: à la date 0 ils escomptent le futur par un facteur δ, $0 < \delta < 1$.On se place à la date 0. La probabilité de l'état 1 est égale à q et cette probabilité est connue par les deux agents.

1. Ecrire les fonctions d'utilité des agents. Calculer les indices d'aversion au risque et commenter la forme des fonctions.

2. Déterminer les optima de Pareto de cette économie (pour simplifier on supposera qu'il n'y a pas de contrainte de positivité sur x). Calculer le système de prix contingents en prenant le prix du bien à la date 0 comme numéraire.

3. On suppose qu'il y a un seul actif qui permette de transférer de la richesse d'une période à l'autre. Par définition, une unité de cet actif donne droit à une unité de bien à la date 1 de façon non contingente. Définir l'équilibre concurrentiel de cette économie. Déterminer le prix de l'actif à la date 0, en termes de bien 0. Calculer l'allocation d'équilibre pour $q = 1/2$ et $\delta = 1/3$. Est-ce un optimum de Pareto?

(**4**.) L'agriculteur Y considère que son entreprise lui fait courir trop de risques. Il décide de constituer une société par actions. Il apporte au moment de la constitution de la société, son droit à recevoir deux unités de bien dans l'état 2 et reçoit en échange la totalité des actions qui sont négociables à la bourse à la date 0. Définir et calculer l'équilibre concurrentiel. Pourquoi est-il optimal au sens de Pareto?

(**5**.) On se place dorénavant dans le contexte de la quatrième question. On suppose que le gouvernement met en place un institut météorologique capable de prévoir le temps et donc l'état de la récolte à la date 1. Les prévisions sont annoncées avant l'ouverture des marchés. Quel est le nouvel équilibre? Les prévisions météorologiques sont-elles bénéfiques ?

Exercice 3 : *Equilibre, optimum et coûts fixes.*

On considère une économie très simple à deux biens (un bien de consommation, le facteur travail), une entreprise et un consommateur. L'entreprise produit Y unités du bien de consommation à partir de E unités de travail, selon la fonction de production :

$$\begin{array}{ll} Y = 0 & \text{si } E \leq \alpha, \\ Y = \sqrt{E - \alpha} & \text{si } E \geq \alpha, \end{array}$$

avec $0 \leq \alpha < 1$. Le consommateur consomme C et fournit le travail L en quantité inférieure ou égale à 1. Sa fonction d'utilité est :

$$U(C, L) = C(1 - L).$$

1. Interpréter α. Quelle est la nature des rendements ?
2. Déterminer l'ensemble des optima de Pareto.
3. Déterminer la courbe d'offre concurrentielle de l'entreprise (par maximisation du profit à prix et salaire (p, w) donnés) la demande de bien et l'offre de travail du consommateur (par maximisation de l'utilité à prix, salaire et dividende donné). Montrer que le système possède un équilibre concurrentiel si et seulement si $\alpha \leq 1/4$, et que cet équilibre, lorsqu'il existe, est un optimum.
(**4**.) On considère maintenant le cas où l'entreprise poursuit une politique de vente au coût marginal. Son bénéfice (ou déficit) est distribué au consommateur. Montrer que l'équilibre économique conduit dans ce cas à la réalisation de l'optimum. Ce résultat vous paraît-il compatible avec la recherche du profit dans une économie de propriété privée (discuter en fonction de α)?
(**5**.) Le gouvernement impose à l'entreprise de vendre son produit au coût moyen afin d'éliminer un éventuel déficit (règle de l'équilibre budgétaire). Calculer l'équilibre correspondant. Quel est le résultat de cette politique ?
6. Quelles conclusions pouvez-vous dégager de ces résultats en ce qui concerne les institutions économiques ?